

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
Ім.акад. С.Дем'янчука

**Б.О.Букеєв**

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ  
МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ  
ЗАЛЕЖНОСТІ МАГНІТНОГО МОМЕНТУ  
ЗЕМЛІ ВІД ШИРОТИ МЕТОДОМ  
СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ  
КАРЛО**  
*Апроксимація поліномом третього степеня*



**Модель ПГБ 61-3**

Науковий керівник:  
кандидат технічних наук,  
доцент Р. М. Літнарівич

**Рівне – 2009**

**УДК 629.123.053.12**

Букеєв Б.О. Побудова і дослідження математичної моделі залежності магнітного моменту Землі від широти методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом третього степеня. Модель ПГБ 61-3. МEGУ, Науковий керівник Р.М.Літнарівич. Рівне, 2009, 60 с.

Рецензент: В. Г.Бурачек, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск: Й. В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор.

**Книга написана за матеріалами роботи наукової фізико-математичної школи МEGУ**

Встановлюється функціональна залежність магнітного моменту планети Земля від геомагнітної широти. Дається вивід формули у вигляді поліному третього порядку. Математична модель будується на основі способу найменших квадратів.

Проводиться дослідження точності зрівноважених елементів методом статистичних випробувань Монте Карло.

Для студентів і аспірантів напрямку наук про Землю.

Functional dependence of magnetic moment of planet is set Earth from a geomagnetical breadth. The conclusion of formula is given in a kind to the polynomial of the third order.

A mathematical model is built on the basis of method of leastsquares.

Research of exactness of the balanced elements is conducted by the method of statistical tests of Monte Karlo.

For students and graduate students of direction of sciences about Earth

© Б.О.Букеєв ,2009

## ЗМІСТ Стор.

Передмова . . . . .	4
1. Представлення геомагнітного моменту поля Землі .	5
2. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло . . . . .	13
3. Представлення системи нормальних рівнянь . . . . .	15
4. Встановлення коефіцієнтів нормальних рівнянь . . . . .	17
5. Рішення нормальних рівнянь способом Крамера . . . . .	19
6. Контроль зрівноваження . . . . .	25
7. Оцінка точності параметрів, отриманих із системи нормальних рівнянь . . . . .	25
Висновки . . . . .	30
Літературні джерела . . . . .	32
Додатки .....	33

## Передмова

Безумовний науковий і практичний інтерес представляє дослідження геомагнітного поля Землі.

Вивченню природи геомагнітного поля і в наш час приділяється велика увага. Вчені намагаються отримати відповіді на запитання: коли і як зародилося магнітне поле земної кулі? Чому воно існує мільярди років? Як це поле буде змінюватись в майбутньому?

В даній роботі ми зробимо спробу виразити один із основних компонентів геомагнітного поля Землі магнітний момент планети графічно і встановити функціональну залежність магнітного моменту від широти.

Нами підбирається емпірична формула у вигляді поліному третього порядку. Математична модель будується на основі способу найменших квадратів. Побудована ймовірніша модель приймається як істинна модель, на основі якої проводяться дослідження точності методом статистичних випробувань Монте Карло. Генеруються псевдо випадкові числа, які приймаються як істинні похибки, якими спотворюється істинна модель.

В подальшому методом найменших квадратів урівноважується спотворена модель і робиться оцінка точності зрівноважених елементів. Значення істинних похибок дає можливість зробити порівняльний аналіз. Набирається велика статистика шляхом побудови і дослідження великої кількості моделей.

Розроблена методика дозволить зробити попередній розрахунок точності при проектуванні майбутніх геомагнітних досліджень в будь-якій точці планети Земля.

## 1. Представлення геомагнітного моменту поля Землі.

Магнітний момент – це векторна величина, яка характеризує земну кулю як джерело магнітного поля. Макроскопічні магнітні моменти створюють замкнуті електричні струми і впорядковано орієнтовані магнітні моменти атомних частинок.

Розрахуємо магнітний момент  $M$  Землі на екваторі при

$$\Phi_{\text{маг. Екв.}} = 0.$$

При цьому спочатку розглянемо елементи земного магнетизму.

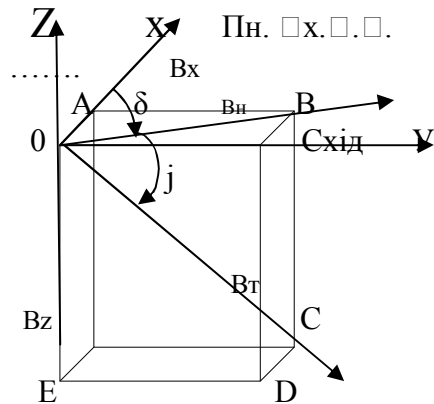


Рис.1.1. Елементи земного магнетизму  
Проекції  $B_z$  і  $B_H$  індукції дипольного поля, або поля однорідного намагнічування Землі, можна знайти за допомогою формул.

Вертикальна складова геомагнітного поля Землі

$$B_z = \mu_0 \frac{M}{2\pi R^3} \sin \Phi_M \quad (1.1);$$

горизонтальна складова

$$B_H = \mu_0 \frac{M}{4\pi R^3} \cos \Phi_M \quad (1.2)$$

де  $\mu_0$  – магнітна стала;

$M$  – магнітний момент земної кулі;

$R$  – радіус Землі;

$\Phi_M$  – геомагнітна широта, яка відраховується від геомагнітного екватора

Із приведених формул легко знайти модуль вектора індукції поля однорідного намагнічування Земної кулі:

$$\beta_T = \sqrt{B_z^2 + B_H^2} \quad (1.3).$$

Підставляючи (1.1), (1.2) в (1.3), будемо мати:

$$\beta_T = \sqrt{\mu_0^2 \frac{M^2}{2\pi^2 R^6} \left( \sin^2 \varphi_M + \frac{\cos^2 \varphi_M}{4} \right)};$$

або:

$$\beta_T = \mu \frac{M}{2\pi R^3} \sqrt{\frac{4 \sin^2 \varphi_M + \cos^2 \varphi_M}{4}}.$$

Приймаючи до уваги, що  $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$ , а  $4 \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 3 \sin^2 \varphi + \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi$ ;

$$\beta_T = \mu \frac{M}{4\pi R^3} \sqrt{3 \sin^2 \varphi + 1} \quad (1.4).$$

Знайдемо магнітний момент  $M$  із формули (1.4)

$$M = \frac{4\pi R^3 B_T}{\mu \sqrt{3 \sin^2 \varphi_m + 1}} \quad (1.5).$$

Напруженість магнітного поля на магнітному екваторі  $H_{\text{екв.}} = 0,34$  ерстеда [3, – с. 163].

Для переходу із системи СГСМ у систему СІ складемо слідуєчу пропорцію

$$\text{Напруженості } 1 \frac{a}{m} \text{ відповідає } 4\pi \cdot 10^{-3} e, \\ H_{\text{екв.}} \text{ дорівнює } 0,34 e,$$

звідки

$$H_{\text{екв.}} = \frac{1 \frac{a}{m} \cdot 0,34 e}{4\pi \cdot 10^{-3} e} = 27,05634033 \frac{a}{m}.$$

В загальному випадку напруженість магнітного поля Землі можна розрахувати за формулою

$$H = \frac{B_T}{\mu_0} = \frac{M}{4\pi R^3} \sqrt{3 \sin^2 \varphi_m + 1} \quad (1.6).$$

Тоді, загальна формула розрахунку магнітного моменту Землі буде

$$M = \frac{4\pi R^3 H}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \varphi_m}}. \quad (1.7)$$

Для полюса  $H_{\text{пол.}} = 0,66$  ерстед. Тоді, при переході до системи СІ

$$1 \frac{a}{m} \text{ відповідає } 4\pi \cdot 10^{-3} e,$$

$$H_{\text{пол.}} \text{ дорівнює } 0,66 e,$$

звідки

$$H_{\text{пол.}} = \frac{1 \frac{a}{m} \cdot 0,66 e}{4\pi \cdot 10^{-3} e} = 52,52113122 \frac{a}{m}.$$

Магнітний момент Землі біля полюсів

$$M_{\text{пол.}} = \frac{H_{\text{пол.}} \cdot 4\pi R^3}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 90^\circ}}$$

Взявши радіус земної кулі  $R = 6371000$  м, а  $4\pi R^3 = 3,249620751 \cdot 10^{21} \text{ м}^3$ , магнітний момент земної кулі на екваторі буде

$$M_{\text{екв.}} = \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} [\text{м}^3] \cdot 27,05634033 [\frac{a}{m}]}{1} = 8,792284498 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2$$

Розрахуємо магнітний момент земної кулі на полюсі

$$M_{\text{пол.}} = \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} \cdot 52,52113122}{2} = 8,533687894 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2$$

Розрахуємо магнітний момент Землі на широті  $45^\circ$ , прийнявши середнє значення напруженості

$$H_{45^\circ} = \frac{H_0 + H_{90^\circ}}{2} = \frac{0,34e + 0,66e}{2} = 0,50e$$

Тоді

$$1 \frac{a}{m} \text{ відповідає } 4\pi \cdot 10^{-3} e$$

$$H_{45^\circ} \text{ дорівнює } 0,5 e.$$

Звідки

$$H_{45^\circ} = \frac{1 \frac{a}{m} \cdot 0,5e}{4\pi \cdot 10^{-3} e} = 39,78873577 \frac{a}{m}$$

Таким чином, напруженість магнітного поля  $H_{45^0}$  буде

$$H_{45^0} = \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} \text{ м}^3 \cdot 39,78873577 \frac{\text{а}}{\text{м}}}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 45^0}}$$

$$H_{45^0} = 8,177542602 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2$$

Знайдемо середню напруженість магнітного поля Землі для широти  $22,5^0$

$$H_{22,5^0} = \frac{0,34e + 0,5e}{2} = 0,42 e ,$$

для  $\varphi_{\text{маг.}} = 67,5^0$

$$H_{67,5^0} = \frac{0,5e + 0,6e}{2} = 0,58e$$

для  $\varphi_{\text{маг.}} 22,5^0$

$$1 \frac{\text{а}}{\text{м}} \text{ відповідає } 4\pi \cdot 10^3 e$$

$$H_{22,5^0} \text{ дорівнює } 0,42 e$$

звідки

$$H_{22,5^0} = \frac{1 \frac{\text{а}}{\text{м}} \cdot 0,42e}{4\pi \cdot 10^3 e} = 33,422538 \frac{\text{а}}{\text{м}},$$

І по аналогії

$$H_{67,5^0} = \frac{1 \frac{\text{а}}{\text{м}} \cdot 0,58e}{4\pi \cdot 10^3 e} = 46,1549335 \text{ ам}^2 .$$

Магнітні моменти будуть відповідно

$$M_{22,5^0} =$$

$$\frac{3,249620751 \cdot 10^{21} \cdot 33,42253805}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 22,5^0}} = 9,052956514 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2 ,$$

$$M_{67,5^0} = \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} \cdot 46,1549335}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 67,5^0}} = 7,948506716 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2$$

Результати залежності геомагнітного моменту Землі від широти точки спостереження зведено в Табл 1. Таблиця 1. Залежність геомагнітного моменту Землі від широти точки спостереження

№	$\varphi_{\text{маг.}} = X$	$Y = M = f(x) \left( \frac{\text{а}}{\text{м}} \right)$
1	0,00	$8,79 \cdot 10^{22} *$
2	11,25	$8,9 \cdot 10^{22}$
3	22,5	$9,05 \cdot 10^{22}$
4	33,75	$8,5 \cdot 10^{22}$
5	45	$8,18 \cdot 10^{22}$
6	56,25	$8 \cdot 10^{22}$
7	67,5	$7,95 \cdot 10^{22}$
8	78,75	$8,12 \cdot 10^{22}$
9	90	$8,53 \cdot 10^{22}$
n=9		$\Sigma = 76,02 \cdot 10^{22}$

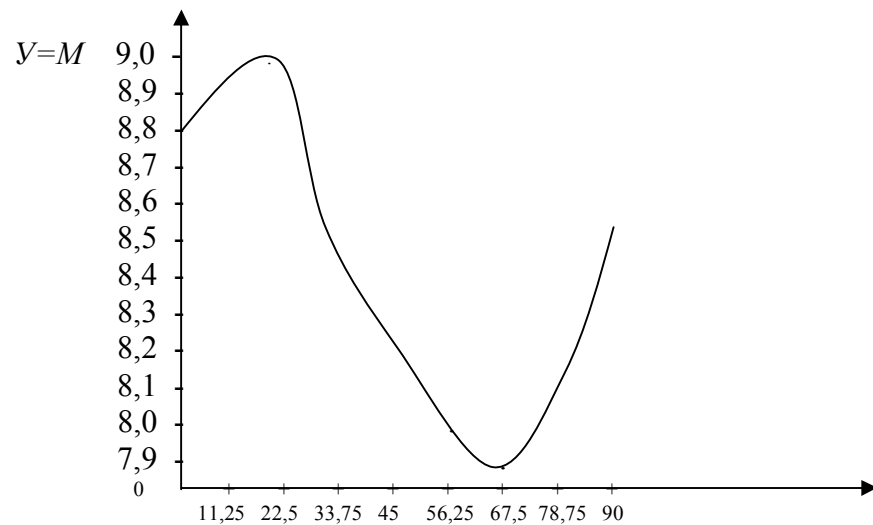
Згідно формули ( 1,7 ) магнітний момент залежить від напруженості магнітного поля і широти точки спостереження, тобто є функцією двох незалежних змінних, хоча в свою чергу напруженість геомагнітного поля також залежить від широти.

На жаль, у нас немає формули залежності напруженості магнітного поля від широти, що не потребувало б знання магнітного моменту і навпаки.

Тому безперечний інтерес представляє встановлення функціональної залежності магнітного моменту, як головного компонента для визначення складових геомагнітного поля Землі, від геомагнітної широти.

4. В подальшому для спрощення викладок множник  $10^{22}$  писати не будемо, але його слід мати на увазі, особливо при оцінці точності результатів.

Рис. 1. Графік залежності магнітного моменту земної кулі від геомагнітної широти



Маючи вузлові точки значень геомагнітного моменту Землі в магнітних широтах  $0, 22,5^{\circ}, 45^{\circ}, 67,5^{\circ}$  і  $90^{\circ}$  побудуємо точкову діаграму і графік, представлений на рис. 1.

Із цього графіка видно, що екстремум функції буде на широті  $22,5^{\circ}$  і  $67,5^{\circ}$ . Як видно із графіка, кращою функцією для апроксимації буде кубічний

поліном, тобто будемо шукати функціональну залежність у вигляді функції виду

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (1.8)$$

Невідомі коефіцієнти  $a, b, c, d$  визначимо по способу найменших квадратів.

Проміжні точки в  $11,25^{\circ}, 33,75^{\circ}, 56,25^{\circ}$  і  $78,75^{\circ}$  визначимо безпосередньо із графіка. Цього нам буде цілком достатньо для побудови експериментальної моделі. Побудовану таким чином експериментальну модель залежності магнітного моменту земної кулі від широти в подальшому зрівноважили і отримали формулу [7,с,38]

$$Y=M=1.2190 \cdot 10^{-5} X^3 - 1.4404 \cdot 10^{-3} X^2 + 2.8370 \cdot 10^{-2} X + 8,8028. (1.1)$$

яку приймемо за істинну модель і, генеруючи істинні похибки будемо створювати спотворені моделі, на яких можна дослідити точність визначення магнітного моменту в залежності від похибки визначення широти. Таблиця 2. Залежність геомагнітного моменту Землі від широти точки спостереження (істинна модель за формулою 1.1)

№	$\varphi_{mag.} = X$	$Y = M = f(x) \left( \frac{a}{M} \right)$
1	0,00	8,803
2	11,25	8,957
3	22,5	8,851
4	33,75	8,598
5	45	8,274
6	56,25	8,011
7	67,5	7,904
8	78,75	8,057
9	84,375	8,264
10	90	8,575
n=9	489,375	84,294

## 2. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

В роботі [1] істинна модель спотворювалась введенням істинних похибок в незалежні змінні X. В данній монографії істинні похибки будемо вводити в експериментальні параметри Y.

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому, як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдо-

$$\text{випадкових) чисел } \xi_{cp}, \quad \xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n} \quad (2.1)$$

Де  $n$  – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок  $\Delta'_i$  за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp} \quad (2.2)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гауса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta'^2_i}{n}} \quad (2.3)$$

4. Знаходять коефіцієнт пропорційності  $K$ , для визначення істинних похибок необхідності точності

$$K = \frac{c}{m'_{\Delta}}, \quad (2.4)$$

де  $c$  – необхідна константа.

Так, наприклад, при  $m'_{\Delta} = 0,28$  і необхідності побудови математичної моделі з точністю  $c = 0,1$ , будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357, \text{ а при } c = 0,05, \text{ отримаємо}$$

$$K = \frac{0,05}{0,28} = 0,178.$$

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K \quad (2.5)$$

6. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки  $m_{\Delta}$  генерованих істинних похибок  $\Delta$

$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta^2}{n}} \quad (2.6)$$

$$\text{і порівняння} \quad m_{\Delta} = c \quad (2.7)$$

Таблиця 2. Генерування псевдо-випадкових чисел і розрахунок істинних похибок

№	$\xi_i$	$\xi_{cp}$	$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}$	$\Delta'^2_i$	$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K$	$\Delta^2_i$
1	0,84	<b>0,663</b>	<b>0,177</b>	<b>0,03133</b>	0,0637	<b>0,00405706</b>
2	0,82	<b>0,663</b>	<b>0,157</b>	<b>0,02465</b>	0,0565	<b>0,00319201</b>
3	0,1	<b>0,663</b>	<b>-0,563</b>	<b>0,31697</b>	-0,2026	<b>0,04104699</b>
4	0,56	<b>0,663</b>	<b>-0,103</b>	<b>0,01061</b>	-0,0371	<b>0,00137385</b>
5	1	<b>0,663</b>	<b>0,337</b>	<b>0,11357</b>	0,12127	<b>0,01470701</b>
6	0,99	<b>0,663</b>	<b>0,327</b>	<b>0,10693</b>	0,11767	<b>0,01384714</b>
7	0,85	<b>0,663</b>	<b>0,187</b>	<b>0,03497</b>	0,06729	<b>0,00452843</b>
8	0,66	<b>0,663</b>	<b>-0,003</b>	<b>0,00001</b>	-0,0011	<b>0,00000117</b>
9	0,41	<b>0,663</b>	<b>-0,253</b>	<b>0,06401</b>	-0,091	<b>0,00828907</b>
10	0,4	<b>0,663</b>	<b>-0,263</b>	<b>0,06917</b>	-0,0946	<b>0,00895728</b>
n=10	6,63	<b>6,63</b>	<b>0</b>	<b>0,77221</b>	<b>-1,4E-16</b>	<b>0,10000000</b>

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$\Delta'_m = \sqrt{\frac{0,77221}{10}} = 0,278$$

$$\text{Коефіцієнт пропорційності } K = \frac{0,1}{0,278} = 0,360.$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю  $c = 0,1$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{0,1000000}{10}} = 0,1$$

Таблиця 3. Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		$\Delta_i$	$Y_{\text{номв.}} = Y_{\text{ісм.}} + \Delta_i$
	$x_{\text{ісм}}$	$y_{\text{ісм}}$		
1	0	8,803	0,0637	8,867
2	11,25	8,957	0,0565	9,013
3	22,5	8,851	-0,2026	8,6484
4	33,75	8,598	-0,0371	8,5609
5	45	8,274	0,12127	8,3953
6	56,25	8,011	0,11767	8,1287
7	67,5	7,904	0,06729	7,9713
8	78,75	8,057	-0,0011	8,0559
9	84,375	8,264	-0,091	8,1730
10	90	8,575	-0,0946	8,4804
	<b>489,375</b>	84,294	<b>-1,4E-16</b>	84,294

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірнішу модель, роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз.

### 3. Представлення системи нормальних рівнянь

У результаті проведеного експерименту ми маємо ряд результатів  $X_i, Y_i$ , функціональну залежність між якими будемо

шукати за допомогою поліному степені  $K$ , де коефіцієнти  $a_i$  являються невідомими.

Тоді, система нормальних рівнянь буде

$$\begin{aligned} na_0 + a_3[x] + a_2[x^2] + \dots + a_m[x^m] - [y] &= 0, \\ a_0[x] + a_3[x^2] + a_2[x^3] + \dots + a_m[x^{m+1}] - [xy] &= 0, \\ a_0[x^2] + a_1[x^3] + a_2[x^4] + \dots + a_m[x^{m+1}] - [x^2y] &= 0, \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$a_0[x^m] + a_1[x^{m+1}] + a_2[x^{m+2}] + \dots + a_m[x^{2m}] - [x^m y] = 0,$$

де знаком  $[ ]$  позначена сума відповідного елемента.

Для поліному третього порядку виду

$$y = ax^3 + vx^2 + cx + d \quad (3.2)$$

Система нормальних рівнянь буде

$$\begin{aligned} dn + c[x] + v[x^2] + a[x^3] - [y] &= 0, \\ d[x] + c[x^2] + v[x^3] + a[x^4] - [xy] &= 0, \\ d[x^2] + c[x^3] + v[x^4] + a[x^5] - [x^2y] &= 0, \\ d[x^3] + c[x^4] + v[x^5] + a[x^6] - [x^3y] &= 0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

або

$$\begin{aligned} a[x^6] + v[x^5] + c[x^4] + d[x^3] - [x^3y] &= 0, \\ a[x^5] + v[x^4] + c[x^3] + d[x^2] - [x^2y] &= 0, \\ a[x^4] + v[x^3] + c[x^2] + d[x] - [xy] &= 0, \\ a[x^3] + v[x^2] + c[x] + dn - [y] &= 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

В подальшому будемо рідати систему лінійних нормальних рівнянь (3.3) або (3.4) одним із відомих в математиці способів.



#### 4. Встановлення коефіцієнтів нормальних рівнянь

Приведемо розрахункову таблицю, на основі якої стримують коефіцієнти нормальних рівнянь.

Таблиця 4. Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь.

№	$x_{истн.}$	$y_{снотв.}$	$x^0$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$x^5$
1	0	8,867	1	0	0	0	0
2	11,25	9,013	1	127	1424	16018	180203
3	22,5	8,6484	1	506	11391	25628 9	576650 4
4	33,75	8,5609	1	1139	38443	12974 63	437893 89
5	45	8,3953	1	2025	91125	41006 25	184528 125
6	56,25	8,1287	1	3164	177979	10011 292	563135 147
7	67,5	7,9713	1	4556	307547	20759 414	140126 0449
8	78,75	8,0559	1	6202	488373	38459 377	302867 5974
9	84,375	8,1730	1	7119	600677	50682 163	427630 7523
10	90	8,4804	1	8100	729000	65610 000	590490 0000
$\Sigma$	<b>489,375</b>	84,294	10	3293 8	244595 9	19119 2642	154085 43314

Продовження таблиці 4

№	$x^6$	$xy$	$x^2y$	$x^3y$
1	0	0	0	0
2	2027287	101,401851	1140,771	12833,67175
3	129746338	194,588987	4378,252	98510,67464
4	1477891880	288,93154	9751,439	329111,0827
5	8303765625	377,787261	17000,43	765019,203
6	3167635202 4	457,237905	25719,63	1446729,31
7	9458508032 2	538,062319	36319,21	2451546,443
8	2385082329 14	634,403733	49959,29	3934294,402
9	3608134472 74	689,593136	58184,42	4909310,511
10	5314410000 00	763,232139	68690,89	6182180,326
$\Sigma$	1266937543 664	4045,239	271144,3	20129535,6

Таким чином, на основі проведених розрахунків нами отримана наступна матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь

10,0	489,4	32937,9	2445958,7
489,4	32937,9	2445958,7	191192641,8
32937,9	2445958,7	191192641,8	15408543314,3
2445958,7	191192642	15408543314,3	1266937543664,0

## 5. Рішення системи лінійних рівнянь способом Крамера

Нехай, маємо систему лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ \dots & \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Для того, щоб із цієї системи визначити невідомі  $c$ , складемо із коефіцієнтів при невідомих визначник  $\Delta$ , який називається визначником системи рівнянь (5.1).

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (5.2)$$

Помножимо ліву і праву частини рівності (5.2) на  $x_i$ . В лівій частині будемо мати  $\Delta x_i$ , в правій же частині введемо у всі члени  $i$ -го стовпчика визначника  $a_k$  і множник  $x_i$

$$\Delta \cdot x_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1i}x_i & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2i}x_i & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{ni}x_i & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (5.3)$$

Потім до  $i$ -го стовпчика визначника (5.3) додамо всі інші стовпчики, помножені відповідно на  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Величина визначника від цього не зміниться. Тоді  $i$ -стовпчик представить собою ліву частину системи рівнянь (5.1).

Замінімо його вільними членами цієї системи і позначимо через  $\Delta_i$

$$\Delta \cdot x_i = \Delta_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (5.4)$$

$$\text{Звідки, } x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}. \quad (5.5)$$

Формула (5.5) дає можливість визначити кожне невідоме системи лінійних рівнянь (5.1).

Якщо вільні члени системи лінійних рівнянь рівні нулю, то вона буде системою лінійних однокорінних рівнянь.

Система лінійних однокорінних рівнянь може мати рішення відмінне від нульового, якщо визначник системи  $\Delta$  рівний нулю.

Для системи чотирьох лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 &= b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 &= b_3, \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 &= b_4, \end{aligned} \quad (5.6)$$

якщо визначник системи  $\Delta$  не дорівнює нулю

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \neq 0, \quad (5.7)$$

то система визначника і по Крамеру її невідомі виражаються формулами

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ b_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (5.8)$$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & b_3 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & b_4 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (5.9)$$

$$x_3 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & b_2 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & b_3 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & b_4 & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (5.10)$$

$$x_4 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & b_4 \end{vmatrix}}{\Delta} \quad (5.11)$$

Як бачимо, що

$$\Delta_{x_1} = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ b_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (5.12)$$

$$\Delta_{x_2} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & b_3 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & b_4 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (5.13)$$

$$\Delta_{x_3} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & b_2 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & b_3 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & b_4 & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (5.14)$$

$$\Delta_{x_4} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & b_4 \end{vmatrix}. \quad (5.15)$$

Приведемо формулу знаходження визначника четвертого порядку

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = (a_{23}a_{43} - a_{33}a_{42})(a_{11}a_{24} - a_{14}a_{21}) + \\ + (a_{32}a_{44} - a_{34}a_{42})(a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}) + (a_{31}a_{43} - a_{33}a_{41})(a_{14}a_{22} - a_{12}a_{24}) + \\ + (a_{31}a_{42} - a_{32}a_{41})(a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23}) + (a_{33}a_{44} - a_{34}a_{43})(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) + \\ + (a_{31}a_{44} - a_{34}a_{41})(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}). \quad (5.16)$$

І в нашому випадку визначник системи  $D = 1,38204E+21$

1266937543664,04	15408543314,27	191192642	2445959
15408543314,266	191192642	2445959	32937,891
191192641,754	2445959	32938	489
2445958,740	32938	489	10

20129535,6245	15408543314	191192642	2445959
271144,33537	191192642	2445959	32938
4045,2388722	2445959	32938	489
84,294000000	32938	489	10
D1=	1,1378E+16		

тоді невідомий коефіцієнт  $a$  при  $x^3$  буде

$$a = x_1 = \frac{D1}{D} = \frac{1.1378E+16}{1.38204E+21} = 0.000008233;$$

1266937543664	20129535,625	191192642	2445959
15408543314	271144,335	2445959	32938
191192642	4045,239	32938	489,375
2445959	84,2940	489,375	10
D2=	-1301610801992170000,0		

тоді невідомий коефіцієнт  $b$  при  $x^2$  буде

$$b = x_2 = \frac{D2}{D} = \frac{-1.3016108E+18}{1.38204E+21} = -0,0009418;$$

1266937543664	15408543314	20129536	2445958,7
15408543314	191192642	271144	32937,891
191192642	2445959	4045	489,375
2445959	32938	84,294	10
D3=	17993442229979300000		

і невідомий коефіцієнт  $c$  при  $x$  буде

$$c = x_3 = \frac{D3}{D} = \frac{1.799344E+19}{1.38204E+21} = 0,013020;$$

1266937543664	15408543314	191192642	20129536
15408543314	191192642	2445959	271144
191192642	2445959	32938	4045
2445959	32938	489,375	84,294
D4=	12273395985157100000000		

коефіцієнт  $d$  буде

$$d = \frac{D4}{D} = \frac{1,2273396E+22}{1.38204E+21} = 8,880663.$$

Таким чином, на основі проведених досліджень, математична модель залежності магнітного моменту планети Земля  $y_i$  від широти пункту спостереження  $x_i$  виражається формулою

$$y' = 0,000008233x^3 - 0,0009418x^2 + 0,013020x + 8,880663. \quad (5.17)$$

## 6. Контроль зрівноваження

Підставляючи отримані значення коефіцієнтів  $a, b, c, d$  у формулу (4.3), отримуємо наступні результати.

Таблиця 5. Коефіцієнти нормальних рівнянь і контроль зрівноваження.

	$x^3$	$x^2$	$x$	$x^0$	$y$	Контроль
$x^3$	1266937543664,04	15408543314,27	191192642	2445959	20129535,62	20129535,62
$x^2$	15408543314,266	191192642	2445959	32937,891	271144,335	271144,335
$x$	191192641,754	2445959	32938	489	4045,239	4045,239
$x^0$	2445958,740	32938	489	10	84,294	84,294
	0,000008233	-0,0009418	0,013020	8,880663		
	Ошибка! Объект не может быть создан из кодов полей редактирования.	$b$	$c$	$d$		

$$[yy] - d[yx^3] - b[yx^2] - c[yx] - d[y]$$

= 0,044418265. З другої сторони  $[VV] = 0,044418265$ .

## 7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Середні квадратичні похибки визначаємих  $x_1, x_2, x_3, x_4$  розраховуються за формулами:

$$m_{x_1} = \mu \sqrt{\frac{A_{11}}{D}}, \quad (7.1)$$

$$m_{x_2} = \mu \sqrt{\frac{A_{22}}{D}}, \quad (7.2)$$

$$m_{x_3} = \mu \sqrt{\frac{A_{33}}{D}}, \quad (7.3)$$

$$m_{x_4} = \mu \sqrt{\frac{A_{44}}{D}}, \quad (7.4)$$

де  $m_{x_1}, m_{x_2}, m_{x_3}, m_{x_4}$  – середні квадратичні похибки визначаємих невідомих  $x_1, x_2, x_3, x_4$ ,  $\mu$  – середня квадратична похибка одиниці ваги, яка розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} \quad (7.5)$$

У формулі (7.5)  $n$  - число початкових рівнянь,  $K$  - степінь поліному. В нашому випадку  $n = 10; K = 3$ .  $V$  - різниця між вихідним значенням  $y_i$  і вирахованим значенням  $y'$  за отриманою нами, формулою (5.17);

$$V_i = y_i - y'_i \quad (7.6)$$

$A_{11}, A_{22}, A_{33}, A_{44}$  – алгебраїчні доповнення першого, другого, третього і четвертого діагональних елементів

$$A_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (7.7)$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (7.8)$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (7.9)$$

$$A_{44} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad (7.10)$$

$$\text{де } \Delta = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} + a_{14}A_{14}. \quad (7.11)$$

Приведемо формулу розкриття визначника третього порядку

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + a_{12}(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}).$$

(7.12)

І в нашому випадку отримаємо

		191192642	2445959	32938
A11=	4,7761E+11	2445959	32938	489,375
		32937,891	489,375	10

величина оберненої ваги

$$\frac{1}{P_{x_1}} = \frac{A_{11}}{D} = \frac{4.7761E + 11}{1.38204E + 21} = 3.45593E - 10, \text{ а}$$

$$\sqrt{\frac{1}{P_{x_{11}}}} = 0,00001859.$$

			1266937543664	191192642	2445959
A22=	8,99382E+15		191192642	32938	489,375
			2445959	489	10

$$\frac{1}{P_{x_2}} = \frac{A_{22}}{D} = \frac{8,99382E + 15}{1.38204E + 21} = 0,000006508; \sqrt{\frac{1}{P_{x_{22}}}} = 0,00255.$$

A33=	1,24719E+19		1266937543664	15408543314	2445959
			15408543314	191192642	32938
			2445959	32938	10

$$\frac{1}{P_{x_3}} = \frac{A_{33}}{D} = \frac{1,24719E + 19}{1.38204E + 21} = 0,00902; \sqrt{\frac{1}{P_{x_{33}}}} = 0,0950.$$

			1266937543664	15408543314	191192642
A44=	1.185810E+21		15408543314	191192642	2445959
			191192642	2445959	32938

$$\frac{1}{P_{x_4}} = \frac{A_{44}}{D} = \frac{1,185810E + 21}{1.38204E + 21} = 0,8580; \sqrt{\frac{1}{P_{x_{44}}}} = 0,9263.$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (5.17) значення  $X$  спотвореної моделі отримаємо розрахункові значення  $y'$ , які будуть дещо відрізнятись від вихідних значень  $Y$ .

Таблиця 6. порівняльний аналіз результатів строгого зрівноваження

№	$x_{істн.}$	$y_{спотв.}$	$y'_{зрівноваж}$	$V = y_i - y'_i$	$V^2$
1	0	8,867	8,8806629	-1,397E-02	0,0001951
2	11,25	9,013	8,9196571	9,384E-02	0,008806085
3	22,5	8,6484	8,790589	-1,422E-01	0,020217883
4	33,75	8,5609	8,5637911	-2,857E-03	8,15993E-06
5	45	8,3953	8,3095958	8,568E-02	0,007340489
6	56,25	8,1287	8,0983357	3,034E-02	0,000920407
7	67,5	7,9713	8,0003432	-2,905E-02	0,000843875
8	78,75	8,0559	8,0859508	-3,003E-02	0,000901822
9	84,375	8,1730	8,2195835	-4,663E-02	0,002174155
10	90	8,4804	8,425491	5,487E-02	0,00301029
$n=10$	<b>489,375</b>	84,294	84,29	0,00000	0,044418

Тоді, середня квадратична похибка одиниці ваги буде

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} = \sqrt{\frac{0,044418}{7}} = 0,02352.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта  $a$

$$m_a = \mu \sqrt{\frac{1}{P_a}} = 0,02352 * 0,00001859 = 0,000000437.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта  $b$

$$m_b = \mu \sqrt{\frac{1}{P_b}} = 0,02352 * 0,00255 = 0,00005997.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта  $c$

$$m_c = \mu \sqrt{\frac{1}{P_c}} = 0,02352 * 0,0950 = 0,002234.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта  $d$

$$m_d = \mu \sqrt{\frac{1}{P_d}} = 0,02352 * 0,9263 = 0,02179.$$

Середні квадратичні похибки зрівноваженої функції  $m\phi =$

0,02178648
0,01347388
0,0143188
0,01315516
0,011885
0,01313206
0,01397462
0,01191132
0,01277244
0,01909156

Перевірка моделі на адекватність за критерієм Фішера

F(0,05;3;34)=	2,882604	F=	51338,11	
		F>F(0,05;3;6)		
F(0,05;3;6)=	4,757063			
Модель адекватна експериментальним даним				

Встановлення значимості коефіцієнтів регресії

Коефіцієнти регресії значимі			
ta=	18,82916	t(0,05;6)=	2,446912
tb=	15,69676	t(0,06;6)=	2,612242
tc=	5,827043	t(0,05;34)=	2,032244
td=	407,6226		

## Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.

2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності магнітного моменту Землі від широти.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів кубічним поліномом.
4. Отримана формула

$$y' = 0,000008233x^3 - 0,0009418x^2 + 0,013020x + 8,880663.$$

залежності магнітного моменту Землі  $Y$  від широти  $X$ .

5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає  $\mu = 0,02352 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2$ .
6. Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта  $a$  при  $x^3$   $m_a = 0,000000437$ ;
  - середня квадратична похибка визначення коефіцієнта  $b$  при  $x^2$   $m_b = 0,00005997$ ;
  - середня квадратична похибка визначення коефіцієнта  $c$  при  $x$   $m_c = 0,002234$ ;
  - середня квадратична похибка визначення коефіцієнта  $d$  при  $m_d = 0,02179$ .

середні квадратичні похибки зрівноваженої функції  $m_{\phi} =$

•	0,02178648
	0,01347388
	0,0143188
	0,01315516
	0,011885
	0,01313206
	0,01397462
	0,01191132
	0,01277244
	0,01909156

7. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
8. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло.

9. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
10. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в курсі Фізики з основами геофізики.

Літературні джерела

1. Букеєв Б.О. Дослідження точності апроксимації залежності магнітного моменту Землі від широти методом статистичних випробувань Монте Карло. Модель ПГБ 61.- МEGУ, Рівне, 2006,- 29с.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1973,-831с.
3. Кошкин Н. И., Ширкевич М. Г. Справочник по элементарной физике. – М.: Наука, 1972,-255с.
4. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Т. 1. – К.: Техніка, 1999,-536с.
5. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Т. 2. – К.: Техніка, 1999,-452с.
6. Кучерук І. М., Горбачук І. Т. Загальний курс фізики. Т.3 . – К.: Техніка, 1999,-520с.
7. Літнарівич Р. М. Дослідження точності апроксимації залежності магнітного моменту Землі від широти методом статистичних випробувань Монте Карло. Частина 1. МEGУ, Рівне, 2006,-44с.
8. Літнарівич Р.М. Встановлення зв'язку між географічною і геомагнітною системами координат. Частина 2. МEGУ, Рівне, 2006,-47с.
9. Літнарівич Р.М. Фізика з основами геофізики. Курс лекцій. МEGУ, Рівне, 2007,-78с.
10. Літнарівич Р.М. Фізика з основами геофізики. Лабораторний практикум. Частина 1. МEGУ, Рівне, 2007,-44с.
11. Літнарівич Р.М. Фізика з основами геофізики. Лабораторний практикум. Частина 2. МEGУ, Рівне, 2008,-48с.
12. Мудров В. И., Кушко В. Л. Методы обработки измерений. – М.: Сов. радио, 1976,-192с.
13. Пастушенко С. М. Формули і закони загальної фізики: навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. 2е вид.: Діал., 2005,-2668с.



14. Рего К. Г. Метрологическая обработка результатов технических измерений. Справочное пособие. –К.:Техніка, 1987,-126с.
15. Розв'язування задач з курсу загальної фізики. Практикум/Остроухов А. А., Стрижевський В. Л., Цвілих М. Г. та інші. –К.: Радянська школа, 1966,-503с
16. Савельев И. В. Курс физики. Т.1. –М.:Наука, 1989,-352с
17. Савельев И. В. Курс физики. Т.2. –М.:Наука, 1989,-464с
18. Савельев И. В. Курс общей физики. –М.:Наука, 1982, -304с
19. Ситніков О. П. Основи електродинаміки. Лабораторний практикум. Чернігів: ЧДІЕіУ, 2003,-48с
20. Суботін С. І. Кора і мантія Землі. –К.: Знання,1996, -39с.
21. Топографо-геодезические термины: справочник/Кузьмин Б. С., Герасимов Ф. Я., Молоканов В. М. и др. – М.: Недра, 1989,-261с.
22. Федоров Є. П. Обертання Землі. – К.:Знання, 1966,-52с
23. Фізика з використанням обчислювальної техніки. Практичний курс/ В. М. Казанський, В. І. Кланченко, Д. Кошелева та ін. – К.: Либідь, 1993,-224с.

### Додатки

Додаток 1. Генерування псевдовипадкових чисел, підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

0,84	<b>0,663</b>	<b>0,177</b>	<b>0,03133</b>	0,0637	<b>0,00405706</b>
0,82	<b>0,663</b>	<b>0,157</b>	<b>0,02465</b>	0,0565	<b>0,00319201</b>
0,1	<b>0,663</b>	<b>-0,563</b>	<b>0,31697</b>	-0,2026	<b>0,04104699</b>
0,56	<b>0,663</b>	<b>-0,103</b>	<b>0,01061</b>	-0,0371	<b>0,00137385</b>
1	<b>0,663</b>	<b>0,337</b>	<b>0,11357</b>	0,12127	<b>0,01470701</b>
0,99	<b>0,663</b>	<b>0,327</b>	<b>0,10693</b>	0,11767	<b>0,01384714</b>
0,85	<b>0,663</b>	<b>0,187</b>	<b>0,03497</b>	0,06729	<b>0,00452843</b>
0,66	<b>0,663</b>	<b>-0,003</b>	<b>0,00001</b>	-0,0011	<b>0,00000117</b>
0,41	<b>0,663</b>	<b>-0,253</b>	<b>0,06401</b>	-0,091	<b>0,00828907</b>
0,4	<b>0,663</b>	<b>-0,263</b>	<b>0,06917</b>	-0,0946	<b>0,00895728</b>
6,63	<b>6,63</b>	<b>0</b>	<b>0,77221</b>	<b>-1,4E-16</b>	<b>0,10000000</b>
<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>

### Додаток 2. Побудова спотвореної моделі

0	8,803	0,0637	8,867
11,25	8,957	0,0565	9,013
22,5	8,851	-0,2026	8,6484
33,75	8,598	-0,0371	8,5609
45	8,274	0,12127	8,3953
56,25	8,011	0,11767	8,1287
67,5	7,904	0,06729	7,9713
78,75	8,057	-0,0011	8,0559
84,375	8,264	-0,091	8,1730
90	8,575	-0,0946	8,4804
<b>489,375</b>	<b>84,294</b>	<b>-1,4E-16</b>	<b>84,294</b>
<b>I</b>	<b>G</b>	<b>E</b>	<b>H</b>
<b>Хексп.=Хістн.</b>	<b>Уістн.</b>	<b>Істинні похиб.</b>	<b>Усптв.</b>

### Додаток 3. Розрахункова таблиця

0	1	0	0	0	0	0
11,25	1	127	1424	16018	180203	2027287
22,5	1	506	11391	256289	5766504	129746338
33,75	1	1139	38443	1297463	43789389	1477891880
45	1	2025	91125	4100625	184528125	8303765625
56,25	1	3164	177979	10011292	563135147	31676352024
67,5	1	4556	307547	20759414	1401260449	94585080322
78,75	1	6202	488373	38459377	3028675974	238508232914
84,375	1	7119	600677	50682163	4276307523	360813447274
90	1	8100	729000	65610000	5904900000	531441000000
<b>489,375</b>	<b>10</b>	<b>32938</b>	<b>2445959</b>	<b>191192642</b>	<b>15408543314</b>	<b>1266937543664</b>
<b>I</b>	<b>J</b>	<b>K</b>	<b>L</b>	<b>M</b>	<b>N</b>	<b>O</b>
<b>Хексп.=Хістн.</b>	<b>X0</b>	<b>X^2</b>	<b>X^3</b>	<b>X^4</b>	<b>X^5</b>	<b>X^6</b>

### Продовження розрахункової таблиці

0	0	0	8,8806629	-1,397E-02	0,0001951
101,401851	1140,771	12833,67175	8,9196571	9,384E-02	0,008806085
194,588987	4378,252	98510,67464	8,790589	-1,422E-01	0,020217883
288,93154	9751,439	329111,0827	8,5637911	-2,857E-03	8,15993E-06
377,787261	17000,43	765019,203	8,3095958	8,568E-02	0,007340489
457,237905	25719,63	1446729,31	8,0983357	3,034E-02	0,000920407
538,062319	36319,21	2451546,443	8,0003432	-2,905E-02	0,000843875
634,403733	49959,29	3934294,402	8,0859508	-3,003E-02	0,000901822
689,593136	58184,42	4909310,511	8,2195835	-4,663E-02	0,002174155
763,232139	68690,89	6182180,326	8,425491	5,487E-02	0,00301029
4045,239	271144,3	20129535,6	84,29	0,00000	0,044418
<b>P</b>	<b>Q</b>	<b>R</b>	<b>S</b>	<b>T</b>	<b>U</b>
<b>YX</b>	<b>YX^2</b>	<b>YX^3</b>	<b>Y'зрив.</b>	<b>V=Yсптв.- Yз</b>	<b>VV</b>

### Додаток 4. Розрахунок визначників

1266937543664,04	15408543314,27	191192642	2445959
15408543314,266	191192642	2445959	32937,891
191192641,754	2445959	32938	489
2445958,740	32938	489	10
D=	1,38204E+21		
20129535,6245	15408543314	191192642	2445959
271144,33537	191192642	2445959	32938
4045,2388722	2445959	32938	489
84,294000000	32938	489	10
D1=	1,1378E+16		
1266937543664	20129535,625	191192642	2445959
15408543314	271144,335	2445959	32938
191192642	4045,239	32938	489,375

2445959	84,2940	489,375	10
D2=	-1,3016E+18,		
1266937543664	15408543314	20129536	2445958,7
15408543314	191192642	271144	32937,891
191192642	2445959	4045	489,375
2445959	32938	84,294	10
D3=	1,7993E+19		
1266937543664	15408543314	191192642	20129536
15408543314	191192642	2445959	271144
191192642	2445959	32938	4045
2445959	32938	489,375	84,294
D4=	1,2273E+22		

### Додаток 5. Вільні члени нормальних рівнянь

20129535,625
271144,335
4045,239
84,294

### Додаток 6. Розрахунок коефіцієнтів апроксимуючого поліному

a=D1/D=	0,0000082
b=D2/D=	-0,0009418
c=D3/D=	0,0130195
d=D4/D=	8,8806629
Y=aX^3+bX^2+cX+d	

Нами виведена формула за результатами теоретичних досліджень:

$$y' = 0,000008233x^3 - 0,0009418x^2 + 0,013020x + 8,880663.$$

### Додаток 7. Знаходження алгебраїчних доповнень

			1266937543664	15408543314	191192642
A44=	1,1858101,E+21		15408543314	191192642	2445959
			191192642	2445959	32938

			2082171,49	26033,672	3077,574
A22=	8,99382E+15		26033,672	388,243	55
			3077,574	55,000	10

A33=	1,24719,E+19		2082171,49	229532,92	3077,574
			229532,919	26033,672	388,243
			3077,574	388,243	10

			191192642	2445959	32938
A11=	4,7761E+11		2445959	32938	489,375
			32937,891	489,375	10

### Додаток 8. Контроль зрівноваження

[yy]-	a[yx³]-	b[yx²]	- c[yx] -	d[y]	=	0,044418265
					[VV] =	0,044418265
					Різниця=	0,000000

### Додаток 9. Оцінка точності зрівноважених елементів

Середня квадратична похибка одиниці ваги	
μ=	0,023520105
Середня квадратична похибка коефіцієнта a	
ma=	4,37236E-07
Середня квадратична похибка коефіцієнта b	
mb=	6,00001E-05
Середня квадратична похибка коефіцієнта c	
mc=	0,002234327
Середня квадратична похибка коефіцієнта d	
md=	0,021786484

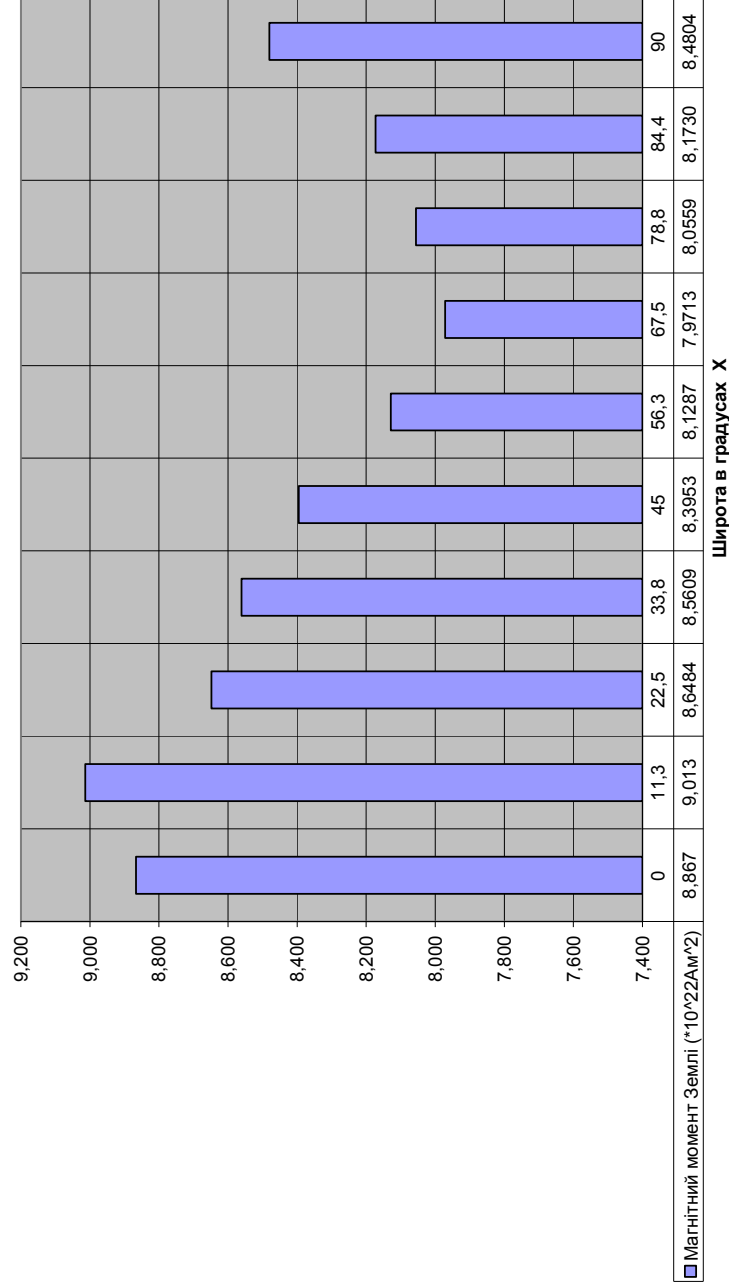
### Середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

mφ=

0,02178648
0,01347388
0,0143188
0,01315516
0,011885
0,01313206
0,01397462
0,01191132
0,01277244
0,01909156

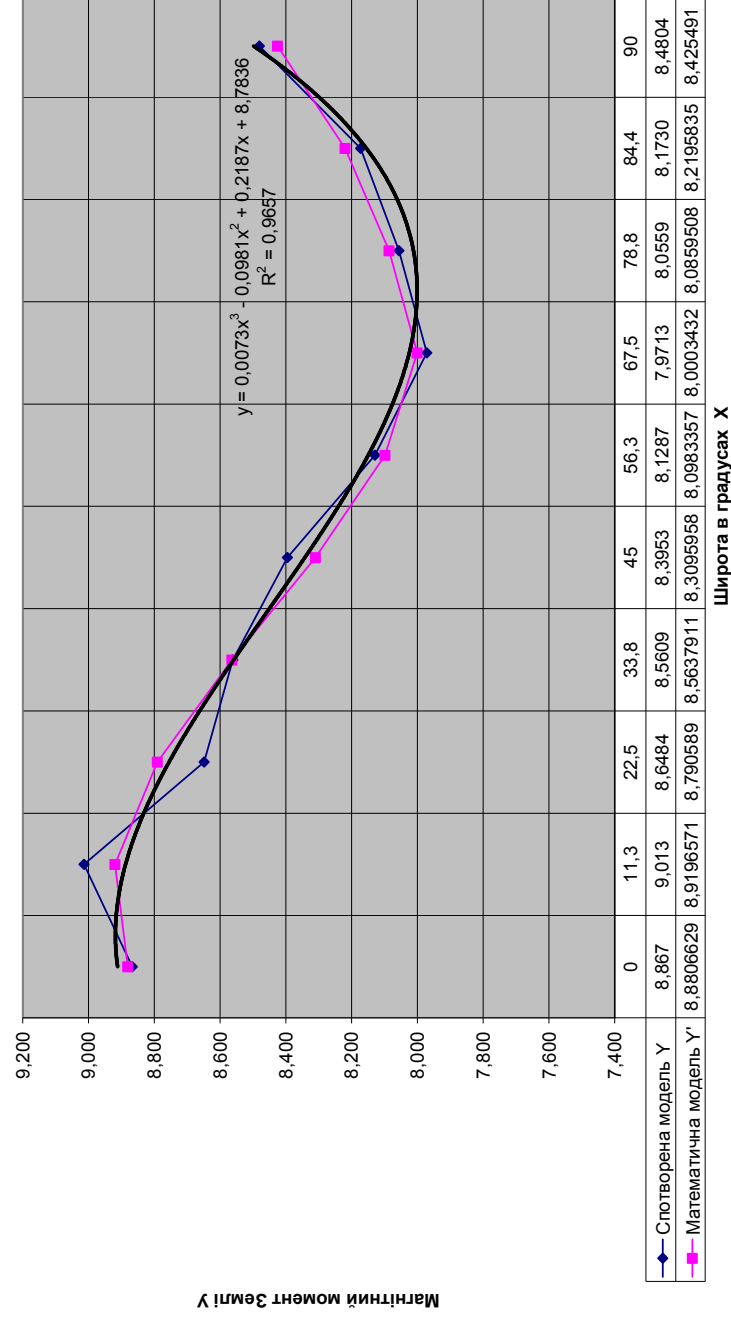
### Додаток 10. Діаграми досліджень

Магнітний момент Землі



Магнітний момент Y

Апроксимація кубічним поліномом



Магнітний момент Землі Y

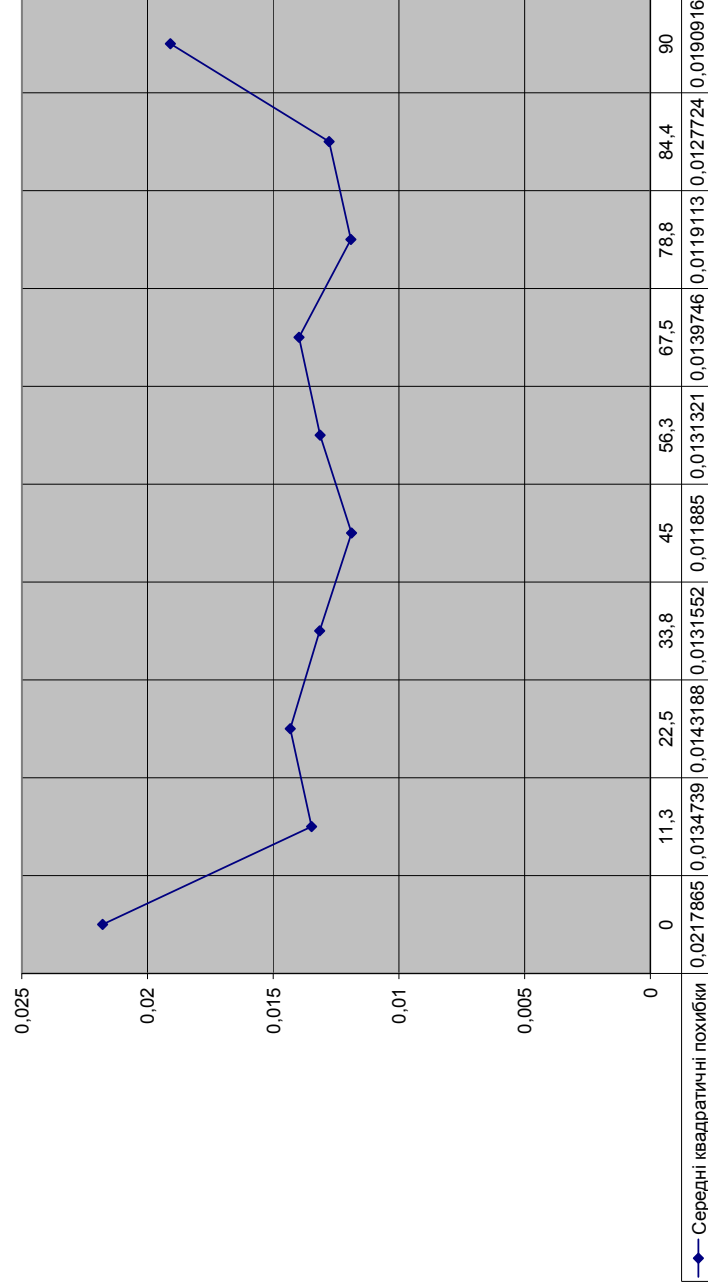
Широта в градусах X

Обернені ваги



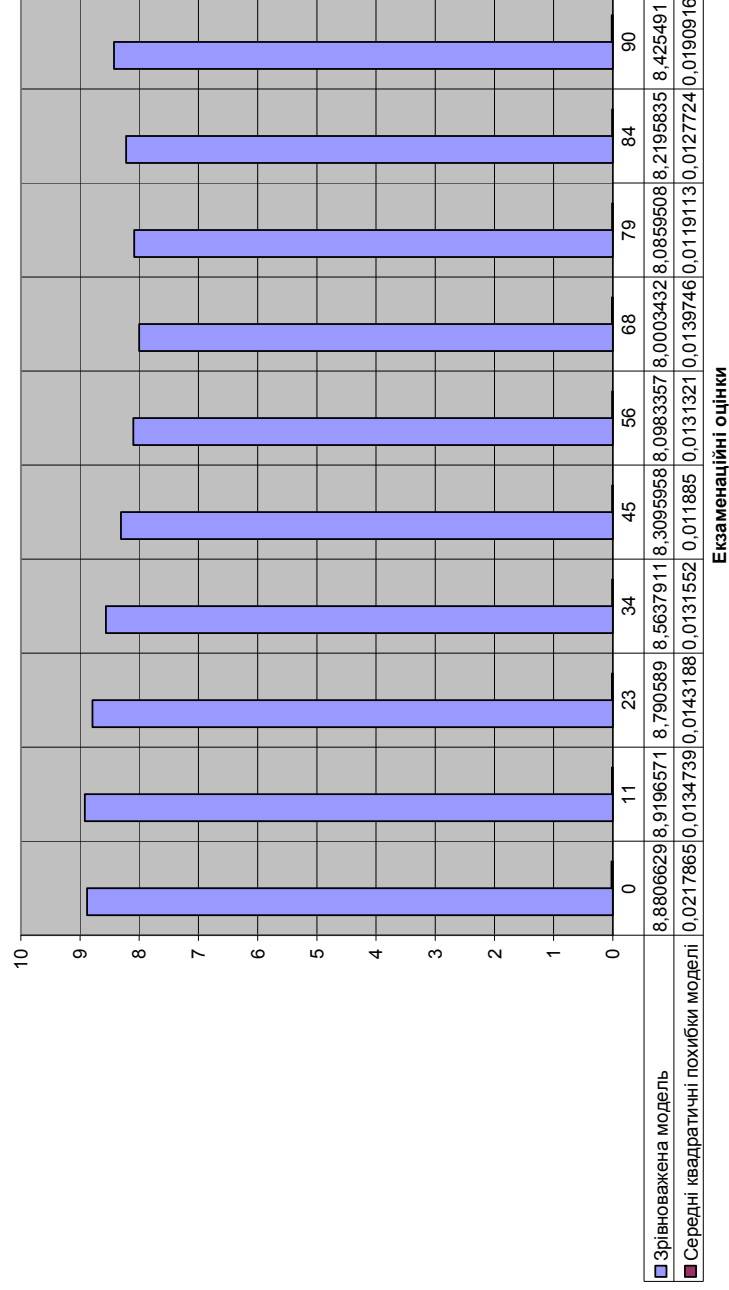
Обернені ваги

Середні квадратичні похибки

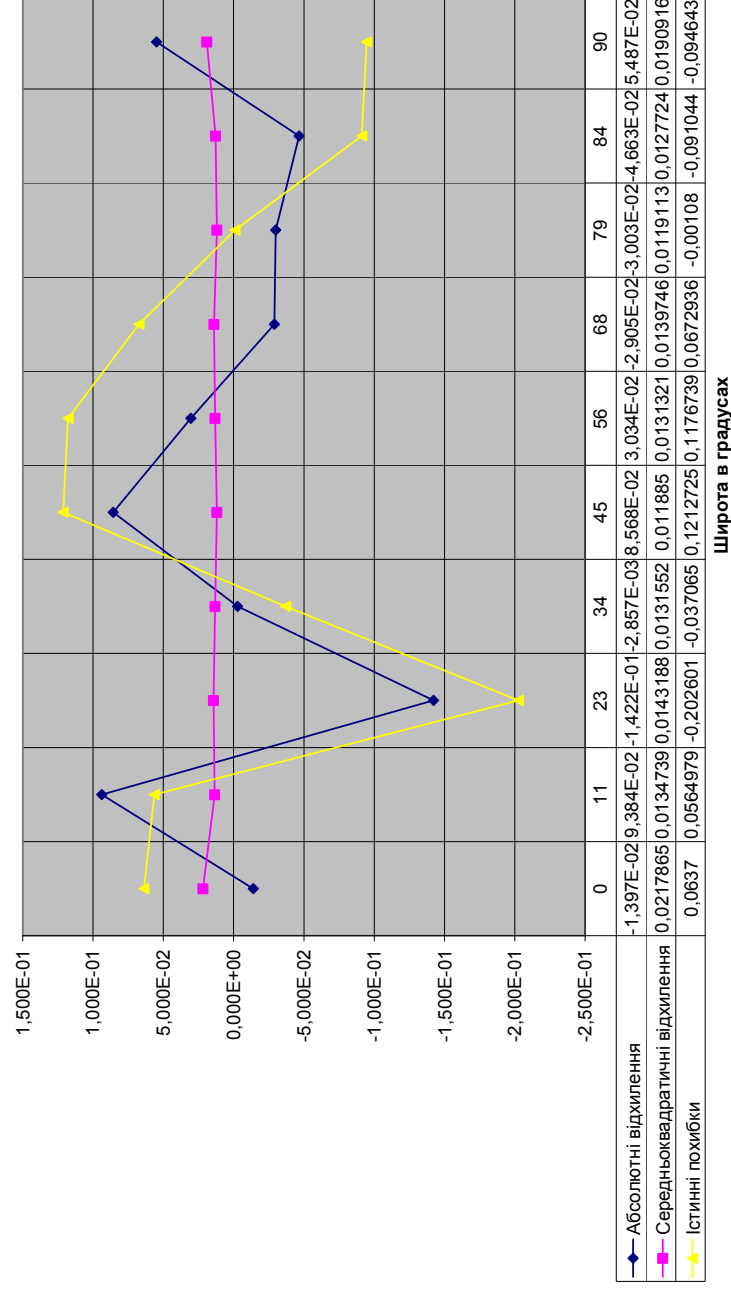


Середні квадратичні похибки Y

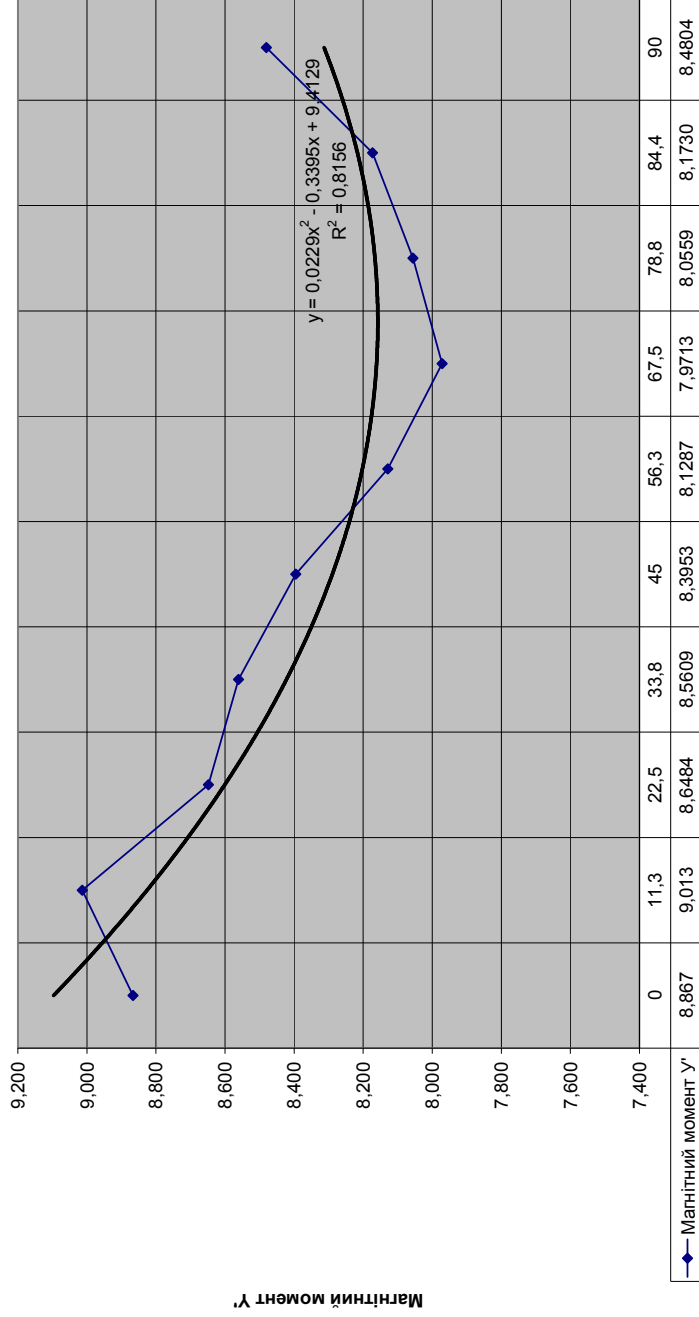
Зрівноважена модель і її похибки



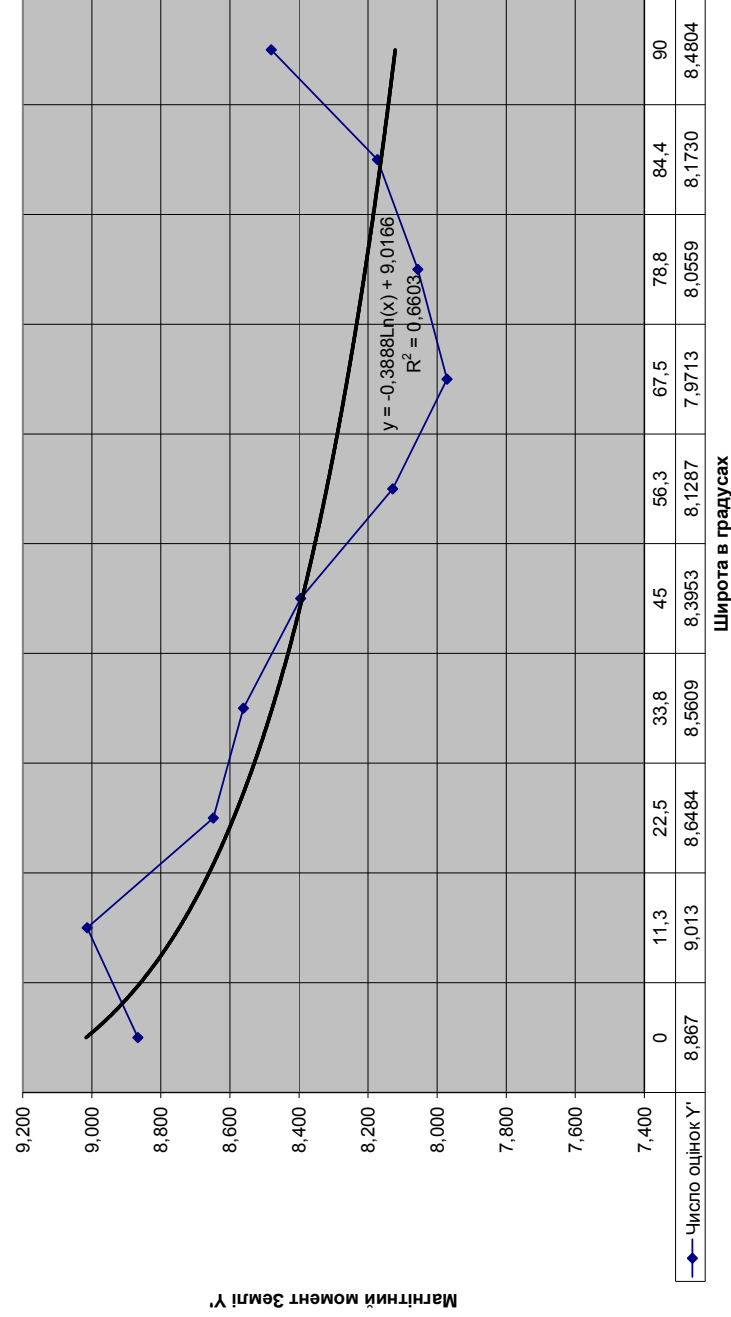
Абсолютні і середньоквадратичні відхилення



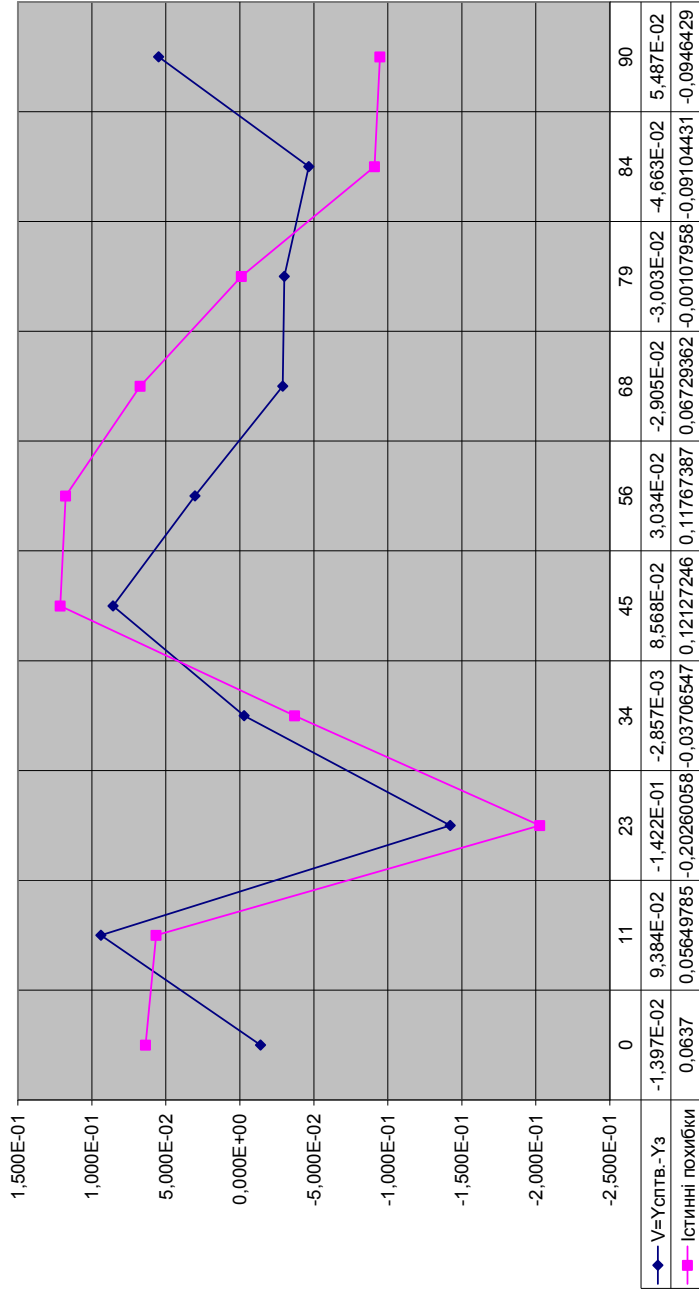
Апроксимация квадратичным полиномом



Апроксимация логарифмической функцией

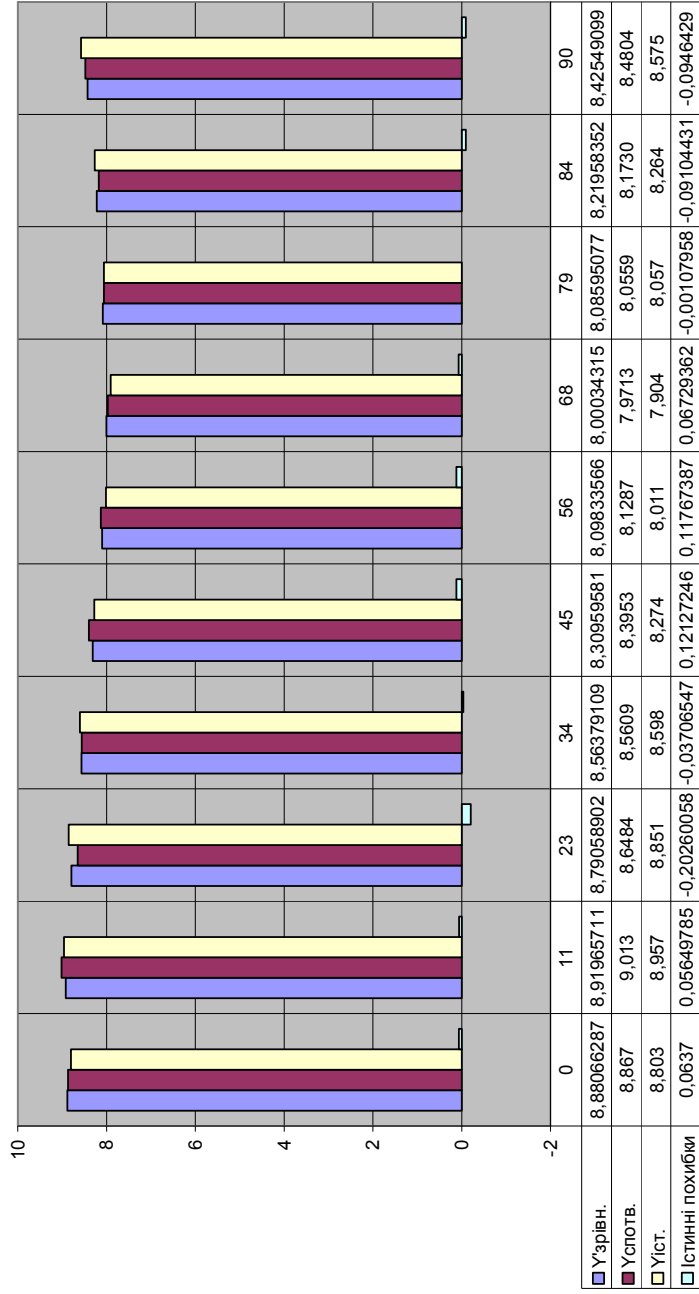


Істинні і абсолютні похибки



47  
Похибки моделі

Математичні моделі і їх похибки



48  
Магнітний момент і похибки



## Додаток 11. Таблиці Валецького О.О.

Variant No./ Random values

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16  
0.14 0.15 0.92 0.65 0.35 0.89 0.79 0.32 0.38 0.46 0.26 0.43 0.38 0.32 0.79 0.5  
0.28 0.84 0.19 0.71 0.69 0.39 0.93 0.75 0.1 0.58 0.2 0.97 0.49 0.44 0.59 0.23  
0.07 0.81 0.64 0.06 0.28 0.62 0.08 0.99 0.86 0.28 0.03 0.48 0.25 0.34 0.21 0.17  
0.06 0.79 0.82 0.14 0.8 0.86 0.51 0.32 0.82 0.3 0.66 0.47 0.09 0.38 0.44 0.6  
0.95 0.5 0.58 0.22 0.31 0.72 0.53 0.59 0.4 0.81 0.28 0.48 0.11 0.17 0.45 0.02  
0.84 0.1 0.27 0.01 0.93 0.85 0.21 0.1 0.55 0.59 0.64 0.46 0.22 0.94 0.89 0.54  
0.93 0.03 0.81 0.96 0.44 0.28 0.81 0.09 0.75 0.66 0.59 0.33 0.44 0.61 0.28 0.47  
0.56 0.48 0.23 0.37 0.86 0.78 0.31 0.65 0.27 0.12 0.01 0.9 0.91 0.45 0.64 0.85  
0.66 0.92 0.34 0.6 0.34 0.86 0.1 0.45 0.43 0.26 0.64 0.82 0.13 0.39 0.36 0.07  
0.26 0.02 0.49 0.14 0.12 0.73 0.72 0.45 0.87 0 0.66 0.06 0.31 0.55 0.88 0.17

Variant No./ Random values

17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32  
0.48 0.81 0.52 0.09 0.2 0.96 0.28 0.29 0.25 0.4 0.91 0.71 0.53 0.64 0.36 0.78  
0.92 0.59 0.03 0.6 0.01 0.13 0.3 0.53 0.05 0.48 0.82 0.04 0.66 0.52 0.13 0.84  
0.14 0.69 0.51 0.94 0.15 0.11 0.6 0.94 0.33 0.05 0.72 0.7 0.36 0.57 0.59 0.59  
0.19 0.53 0.09 0.21 0.86 0.11 0.73 0.81 0.93 0.26 0.11 0.79 0.31 0.05 0.11 0.85  
0.48 0.07 0.44 0.62 0.37 0.99 0.62 0.74 0.95 0.67 0.35 0.18 0.85 0.75 0.27 0.24  
0.89 0.12 0.27 0.93 0.81 0.83 0.01 0.19 0.49 0.12 0.98 0.33 0.67 0.33 0.62 0.44  
0.06 0.56 0.64 0.3 0.86 0.02 0.13 0.94 0.94 0.63 0.95 0.22 0.47 0.37 0.19 0.07  
0.02 0.17 0.98 0.6 0.94 0.37 0.02 0.77 0.05 0.39 0.21 0.71 0.76 0.29 0.31 0.76  
0.75 0.23 0.84 0.67 0.48 0.18 0.46 0.76 0.69 0.4 0.51 0.32 0 0.05 0.68 0.12  
0.71 0.45 0.26 0.35 0.6 0.82 0.77 0.85 0.77 0.13 0.42 0.75 0.77 0.89 0.6 0.91

Variant No./ Random values

33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48  
0.73 0.63 0.71 0.78 0.72 0.14 0.68 0.44 0.09 0.01 0.22 0.49 0.53 0.43 0.01 0.46  
0.54 0.95 0.85 0.37 0.1 0.5 0.79 0.22 0.79 0.68 0.92 0.58 0.92 0.35 0.42 0.01  
0.99 0.56 0.11 0.21 0.29 0.02 0.19 0.6 0.86 0.4 0.34 0.41 0.81 0.59 0.81 0.36  
0.29 0.77 0.47 0.71 0.3 0.99 0.6 0.51 0.87 0.07 0.21 0.13 0.49 0.99 0.99 0.98  
0.37 0.29 0.78 0.04 0.99 0.51 0.05 0.97 0.31 0.73 0.28 0.16 0.09 0.63 0.18 0.59  
0.5 0.24 0.45 0.94 0.55 0.34 0.69 0.08 0.3 0.26 0.42 0.52 0.23 0.08 0.25 0.33  
0.44 0.68 0.5 0.35 0.26 0.19 0.31 0.18 0.81 0.71 0.01 0 0.03 0.13 0.78 0.38

0.75 0.28 0.86 0.58 0.75 0.33 0.2 0.83 0.81 0.42 0.06 0.17 0.17 0.76 0.69 0.14  
0.73 0.03 0.59 0.82 0.53 0.49 0.04 0.28 0.75 0.54 0.68 0.73 0.11 0.59 0.56 0.28  
0.63 0.88 0.23 0.53 0.78 0.75 0.93 0.75 0.19 0.57 0.78 0.18 0.57 0.78 0.05 0.32

Variant No./ Random values

49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64  
0.17 0.12 0.26 0.8 0.66 0.13 0 0.19 0.27 0.87 0.66 0.11 0.19 0.59 0.09 0.21  
0.64 0.2 0.19 0.89 0.38 0.09 0.52 0.57 0.2 0.1 0.65 0.48 0.58 0.63 0.27 0.88  
0.65 0.93 0.61 0.53 0.38 0.18 0.27 0.96 0.82 0.3 0.3 0.19 0.52 0.03 0.53 0.01  
0.85 0.29 0.68 0.99 0.57 0.73 0.62 0.25 0.99 0.41 0.38 0.91 0.24 0.97 0.21 0.77  
0.52 0.83 0.47 0.91 0.31 0.51 0.55 0.74 0.85 0.72 0.42 0.45 0.41 0.5 0.69 0.59  
0.5 0.82 0.95 0.33 0.11 0.68 0.61 0.72 0.78 0.55 0.88 0.9 0.75 0.09 0.83 0.81  
0.75 0.46 0.37 0.46 0.49 0.39 0.31 0.92 0.55 0.06 0.04 0 0.92 0.77 0.01 0.67  
0.11 0.39 0 0.98 0.48 0.82 0.4 0.12 0.85 0.83 0.61 0.6 0.35 0.63 0.7 0.76  
0.6 0.1 0.47 0.1 0.18 0.19 0.42 0.95 0.55 0.96 0.19 0.89 0.46 0.76 0.78 0.37  
0.44 0.94 0.48 0.25 0.53 0.79 0.77 0.47 0.26 0.84 0.71 0.04 0.04 0.75 0.34 0.64

Variant No./ Random values

65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80  
0.62 0.08 0.04 0.66 0.84 0.25 0.9 0.69 0.49 0.12 0.93 0.31 0.36 0.77 0.02 0.89  
0.89 0.15 0.21 0.04 0.75 0.21 0.62 0.05 0.69 0.66 0.02 0.4 0.58 0.03 0.81 0.5  
0.19 0.35 0.11 0.25 0.33 0.82 0.43 0 0.35 0.58 0.76 0.4 0.24 0.74 0.96 0.47  
0.32 0.63 0.91 0.41 0.99 0.27 0.26 0.04 0.26 0.99 0.22 0.79 0.67 0.82 0.35 0.47  
0.81 0.63 0.6 0.09 0.34 0.17 0.21 0.64 0.12 0.19 0.92 0.45 0.86 0.31 0.5 0.3  
0.28 0.61 0.82 0.97 0.45 0.55 0.7 0.67 0.49 0.83 0.85 0.05 0.49 0.45 0.88 0.58  
0.69 0.26 0.99 0.56 0.9 0.92 0.72 0.1 0.79 0.75 0.09 0.3 0.29 0.55 0.32 0.11  
0.65 0.34 0.49 0.87 0.2 0.27 0.55 0.96 0.02 0.36 0.48 0.06 0.65 0.49 0.91 0.19  
0.88 0.18 0.34 0.79 0.77 0.53 0.56 0.63 0.69 0.8 0.74 0.26 0.54 0.25 0.27 0.86  
0.25 0.51 0.81 0.84 0.17 0.57 0.46 0.72 0.89 0.09 0.77 0.77 0.27 0.93 0.8 0

Variant No./ Random values

81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96  
0.81 0.64 0.7 0.6 0.01 0.61 0.45 0.24 0.91 0.92 0.17 0.32 0.17 0.21 0.47 0.72  
0.35 0.01 0.41 0.44 0.19 0.73 0.56 0.85 0.48 0.16 0.13 0.61 0.15 0.73 0.52 0.55  
0.21 0.33 0.47 0.57 0.41 0.84 0.94 0.68 0.43 0.85 0.23 0.32 0.39 0.07 0.39 0.41  
0.43 0.33 0.45 0.47 0.76 0.24 0.16 0.86 0.25 0.18 0.98 0.35 0.69 0.48 0.55 0.62  
0.09 0.92 0.19 0.22 0.21 0.84 0.27 0.25 0.5 0.25 0.42 0.56 0.88 0.76 0.71 0.79

0.04 0.94 0.6 0.16 0.53 0.46 0.68 0.04 0.98 0.86 0.27 0.23 0.27 0.91 0.78 0.6  
0.85 0.78 0.43 0.83 0.82 0.79 0.67 0.97 0.66 0.81 0.45 0.41 0 0.95 0.38 0.83  
0.78 0.63 0.6 0.95 0.06 0.8 0.06 0.42 0.25 0.12 0.52 0.05 0.11 0.73 0.92 0.98  
0.48 0.96 0.08 0.41 0.28 0.48 0.86 0.26 0.94 0.56 0.04 0.24 0.19 0.65 0.28 0.5  
0.22 0.21 0.06 0.61 0.18 0.63 0.06 0.74 0.42 0.78 0.62 0.2 0.39 0.19 0.49 0.45

Variant No./ Random values

97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112  
0.04 0.71 0.23 0.71 0.37 0.86 0.96 0.09 0.56 0.36 0.43 0.71 0.91 0.72 0.87 0.46  
0.77 0.64 0.65 0.75 0.73 0.96 0.24 0.13 0.89 0.08 0.65 0.83 0.26 0.45 0.99 0.58  
0.13 0.39 0.04 0.78 0.02 0.75 0.9 0.09 0.94 0.65 0.76 0.4 0.78 0.95 0.12 0.69  
0.46 0.83 0.98 0.35 0.25 0.95 0.7 0.98 0.25 0.82 0.26 0.2 0.52 0.24 0.89 0.4  
0.77 0.26 0.71 0.94 0.78 0.26 0.84 0.82 0.6 0.14 0.76 0.99 0.09 0.02 0.64 0.01  
0.36 0.39 0.44 0.37 0.45 0.53 0.05 0.06 0.82 0.03 0.49 0.62 0.52 0.45 0.17 0.49  
0.39 0.96 0.51 0.43 0.14 0.29 0.8 0.91 0.9 0.65 0.92 0.5 0.93 0.72 0.21 0.69  
0.64 0.61 0.51 0.57 0.09 0.85 0.83 0.87 0.41 0.05 0.97 0.88 0.59 0.59 0.77 0.29  
0.75 0.49 0.89 0.3 0.16 0.17 0.53 0.92 0.84 0.68 0.13 0.82 0.68 0.68 0.38 0.68  
0.94 0.27 0.74 0.15 0.59 0.91 0.85 0.59 0.25 0.24 0.59 0.53 0.95 0.94 0.31 0.04

Variant No./ Random values

113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128  
0.99 0.72 0.52 0.46 0.8 0.84 0.59 0.87 0.27 0.36 0.44 0.69 0.58 0.48 0.65 0.38  
0.36 0.73 0.62 0.22 0.62 0.6 0.99 0.12 0.46 0.08 0.05 0.12 0.43 0.88 0.43 0.9  
0.45 0.12 0.44 0.13 0.65 0.49 0.76 0.27 0.8 0.79 0.77 0.15 0.69 0.14 0.35 0.99  
0.77 0 0.12 0.96 0.16 0.08 0.94 0.41 0.69 0.48 0.68 0.55 0.58 0.48 0.4 0.63  
0.53 0.42 0.2 0.72 0.22 0.58 0.28 0.48 0.86 0.48 0.15 0.84 0.56 0.02 0.85 0.06  
0.01 0.68 0.42 0.73 0.94 0.52 0.26 0.74 0.67 0.67 0.88 0.95 0.25 0.21 0.38 0.52  
0.25 0.49 0.95 0.46 0.66 0.72 0.78 0.23 0.98 0.64 0.56 0.59 0.61 0.16 0.35 0.48  
0.86 0.23 0.05 0.77 0.45 0.64 0.98 0.03 0.55 0.93 0.63 0.45 0.68 0.17 0.43 0.24  
0.11 0.25 0.15 0.07 0.6 0.69 0.47 0.94 0.51 0.09 0.65 0.96 0.09 0.4 0.25 0.22  
0.88 0.79 0.71 0.08 0.93 0.14 0.56 0.69 0.13 0.68 0.67 0.22 0.87 0.48 0.94 0.05

Variant No./ Random values

129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144  
0.6 0.1 0.15 0.03 0.3 0.86 0.17 0.92 0.86 0.8 0.92 0.08 0.74 0.76 0.09 0.17  
0.82 0.49 0.38 0.58 0.9 0.09 0.71 0.49 0.09 0.67 0.59 0.85 0.26 0.13 0.65 0.54  
0.97 0.81 0.89 0.31 0.29 0.78 0.48 0.21 0.68 0.29 0.98 0.94 0.87 0.22 0.65 0.88

0.04 0.85 0.75 0.64 0.01 0.42 0.7 0.47 0.75 0.55 0.13 0.23 0.79 0.64 0.14 0.51  
0.52 0.37 0.46 0.23 0.43 0.64 0.54 0.28 0.58 0.44 0.47 0.95 0.26 0.58 0.67 0.82  
0.1 0.51 0.14 0.13 0.54 0.73 0.57 0.39 0.52 0.31 0.13 0.42 0.71 0.66 0.1 0.21  
0.35 0.96 0.95 0.36 0.23 0.14 0.42 0.95 0.24 0.84 0.93 0.71 0.87 0.11 0.01 0.45  
0.76 0.54 0.03 0.59 0.02 0.79 0.93 0.44 0.03 0.74 0.2 0.07 0.31 0.05 0.78 0.53  
0.9 0.62 0.19 0.83 0.87 0.44 0.78 0.08 0.47 0.84 0.89 0.68 0.33 0.21 0.44 0.57  
0.13 0.86 0.87 0.51 0.94 0.35 0.06 0.43 0.02 0.18 0.45 0.31 0.91 0.04 0.84 0.81

Variant No./ Random values

145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160  
0 0.53 0.7 0.61 0.46 0.8 0.67 0.49 0.19 0.27 0.81 0.91 0.19 0.79 0.39 0.95  
0.2 0.61 0.41 0.96 0.63 0.42 0.87 0.54 0.44 0.06 0.43 0.74 0.51 0.23 0.71 0.81  
0.92 0.17 0.99 0.98 0.39 0.1 0.15 0.91 0.95 0.61 0.81 0.46 0.75 0.14 0.26 0.91  
0.23 0.97 0.48 0.94 0.09 0.07 0.18 0.64 0.94 0.23 0.19 0.61 0.56 0.79 0.45 0.2  
0.8 0.95 0.14 0.65 0.5 0.22 0.52 0.31 0.6 0.38 0.81 0.93 0.01 0.42 0.09 0.37  
0.62 0.13 0.78 0.55 0.95 0.66 0.38 0.93 0.77 0.87 0.08 0.3 0.39 0.06 0.97 0.92  
0.07 0.73 0.46 0.72 0.21 0.82 0.56 0.25 0.99 0.66 0.15 0.01 0.42 0.15 0.03 0.06  
0.8 0.38 0.44 0.77 0.34 0.54 0.92 0.02 0.6 0.54 0.14 0.66 0.59 0.25 0.2 0.14  
0.97 0.44 0.28 0.5 0.73 0.25 0.18 0.66 0.6 0.02 0.13 0.24 0.34 0.08 0.81 0.9  
0.71 0.04 0.86 0.33 0.17 0.34 0.64 0.96 0.51 0.45 0.39 0.05 0.79 0.62 0.68 0.56

Variant No./ Random values

161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176  
0.1 0.05 0.5 0.81 0.06 0.65 0.87 0.96 0.99 0.81 0.63 0.57 0.47 0.36 0.38 0.4  
0.52 0.57 0.14 0.59 0.1 0.28 0.97 0.06 0.41 0.4 0.11 0.09 0.71 0.2 0.62 0.8  
0.43 0.9 0.39 0.75 0.95 0.15 0.67 0.71 0.57 0.7 0.04 0.2 0.33 0.78 0.69 0.93  
0.6 0.07 0.23 0.05 0.58 0.76 0.31 0.76 0.35 0.94 0.21 0.87 0.31 0.25 0.14 0.71  
0.2 0.53 0.29 0.28 0.19 0.18 0.26 0.18 0.61 0.25 0.86 0.73 0.21 0.57 0.91 0.98  
0.41 0.48 0.48 0.82 0.91 0.64 0.47 0.06 0.09 0.57 0.52 0.7 0.69 0.57 0.22 0.09  
0.17 0.56 0.71 0.16 0.72 0.29 0.1 0.98 0.16 0.9 0.91 0.52 0.8 0.17 0.35 0.06  
0.71 0.27 0.48 0.58 0.32 0.22 0.87 0.18 0.35 0.2 0.93 0.53 0.96 0.57 0.25 0.12  
0.1 0.83 0.57 0.91 0.51 0.36 0.98 0.82 0.09 0.14 0.44 0.21 0 0.67 0.51 0.03  
0.34 0.67 0.11 0.03 0.14 0.12 0.67 0.11 0.13 0.69 0.9 0.86 0.58 0.51 0.63 0.98

Variant No./ Random values

177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192  
0.31 0.5 0.19 0.7 0.16 0.51 0.51 0.16 0.85 0.17 0.14 0.37 0.65 0.76 0.18 0.35

0.15 0.56 0.5 0.88 0.49 0.09 0.98 0.98 0.59 0.98 0.23 0.87 0.34 0.55 0.28 0.33  
0.16 0.35 0.5 0.76 0.47 0.91 0.85 0.35 0.89 0.32 0.26 0.18 0.54 0.89 0.63 0.21  
0.32 0.93 0.3 0.89 0.85 0.7 0.64 0.2 0.46 0.75 0.25 0.9 0.7 0.91 0.54 0.81  
0.41 0.65 0.49 0.85 0.94 0.61 0.63 0.71 0.8 0.27 0.09 0.81 0.99 0.43 0.09 0.92  
0.44 0.88 0.95 0.75 0.71 0.28 0.28 0.9 0.59 0.23 0.23 0.32 0.6 0.97 0.29 0.97  
0.12 0.08 0.44 0.33 0.57 0.32 0.65 0.48 0.93 0.82 0.39 0.11 0.93 0.25 0.97 0.46  
0.36 0.67 0.3 0.58 0.36 0.04 0.14 0.28 0.13 0.88 0.3 0.32 0.03 0.82 0.49 0.03  
0.75 0.89 0.85 0.24 0.37 0.44 0.17 0.02 0.91 0.32 0.76 0.56 0.18 0.09 0.37 0.73  
0.44 0.4 0.3 0.7 0.74 0.69 0.21 0.12 0.01 0.91 0.3 0.2 0.33 0.03 0.8 0.19

Variant No./ Random values

193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208  
0.76 0.21 0.1 0.11 0 0.44 0.92 0.93 0.21 0.51 0.6 0.84 0.24 0.44 0.85 0.96  
0.37 0.66 0.98 0.38 0.95 0.22 0.86 0.84 0.78 0.31 0.23 0.55 0.26 0.58 0.21 0.31  
0.44 0.95 0.76 0.85 0.72 0.62 0.43 0.34 0.41 0.89 0.3 0.39 0.68 0.64 0.26 0.24  
0.34 0.1 0.77 0.32 0.26 0.97 0.8 0.28 0.07 0.31 0.89 0.15 0.44 0.11 0.01 0.04  
0.46 0.82 0.32 0.52 0.71 0.62 0.01 0.05 0.26 0.52 0.27 0.21 0.11 0.66 0.03 0.96  
0.66 0.55 0.73 0.09 0.25 0.47 0.11 0.05 0.57 0.85 0.37 0.63 0.46 0.68 0.2 0.65  
0.31 0.09 0.89 0.65 0.26 0.91 0.86 0.2 0.56 0.47 0.69 0.31 0.25 0.7 0.58 0.63  
0.56 0.62 0.01 0.85 0.58 0.1 0.07 0.29 0.36 0.06 0.59 0.87 0.64 0.86 0.11 0.79  
0.1 0.45 0.33 0.48 0.85 0.03 0.46 0.11 0.36 0.57 0.68 0.67 0.53 0.24 0.94 0.41  
0.66 0.8 0.39 0.62 0.65 0.79 0.78 0.77 0.18 0.55 0.6 0.84 0.55 0.29 0.65 0.41

Variant No./ Random values

209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224  
0.26 0.65 0.4 0.85 0.3 0.61 0.43 0.44 0.43 0.18 0.58 0.67 0.69 0.75 0.14 0.56  
0.61 0.4 0.68 0 0.7 0.02 0.37 0.87 0.76 0.59 0.13 0.44 0.01 0.71 0.27 0.49  
0.47 0.04 0.2 0.56 0.22 0.3 0.53 0.89 0.94 0.56 0.13 0.14 0.07 0.11 0.27 0  
0.04 0.07 0.85 0.47 0.33 0.26 0.99 0.39 0.08 0.14 0.54 0.66 0.46 0.45 0.88 0.07  
0.97 0.27 0.08 0.26 0.68 0.3 0.63 0.43 0.28 0.58 0.78 0.56 0.98 0.3 0.52 0.35  
0.8 0.89 0.33 0.06 0.57 0.57 0.4 0.67 0.95 0.45 0.71 0.63 0.77 0.52 0.54 0.2  
0.21 0.14 0.95 0.57 0.61 0.58 0.14 0 0.25 0.01 0.26 0.22 0.85 0.94 0.13 0.02  
0.16 0.47 0.15 0.5 0.97 0.92 0.59 0.23 0.09 0.9 0.79 0.65 0.47 0.37 0.61 0.25  
0.51 0.76 0.56 0.75 0.13 0.57 0.51 0.78 0.29 0.66 0.64 0.54 0.77 0.91 0.74 0.5  
0.11 0.29 0.96 0.14 0.89 0.03 0.04 0.63 0.99 0.47 0.13 0.29 0.62 0.1 0.73 0.4

Variant No./ Random values

225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240  
0.43 0.75 0.18 0.95 0.73 0.59 0.61 0.45 0.89 0.01 0.93 0.89 0.71 0.31 0.11 0.79  
0.04 0.29 0.78 0.28 0.56 0.47 0.5 0.32 0.03 0.19 0.86 0.91 0.51 0.4 0.28 0.7  
0.8 0.85 0.99 0.04 0.8 0.1 0.94 0.12 0.14 0.72 0.21 0.31 0.79 0.47 0.64 0.77  
0.72 0.62 0.24 0.14 0.25 0.48 0.54 0.54 0.03 0.32 0.15 0.71 0.85 0.3 0.61 0.42  
0.28 0.81 0.37 0.58 0.5 0.43 0.06 0.33 0.21 0.75 0.18 0.29 0.79 0.86 0.62 0.23  
0.71 0.72 0.15 0.91 0.6 0.77 0.16 0.69 0.25 0.47 0.48 0.73 0.89 0.86 0.65 0.49  
0.49 0.45 0.01 0.14 0.65 0.4 0.62 0.84 0.33 0.66 0.39 0.37 0.9 0.03 0.97 0.69  
0.26 0.56 0.72 0.14 0.63 0.85 0.3 0.67 0.36 0.09 0.65 0.71 0.2 0.91 0.8 0.76  
0.38 0.32 0.71 0.66 0.41 0.62 0.74 0.88 0.88 0 0.78 0.69 0.25 0.6 0.29 0.02  
0.28 0.47 0.21 0.04 0.03 0.17 0.21 0.18 0.6 0.82 0.04 0.19 0 0.04 0.22 0.96

Variant No./ Random values

241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256  
0.61 0.71 0.19 0.63 0.77 0.92 0.13 0.37 0.57 0.51 0.14 0.95 0.95 0.01 0.56 0.6  
0.49 0.63 0.18 0.62 0.94 0.72 0.65 0.47 0.36 0.42 0.52 0.3 0.81 0.77 0.03 0.67  
0.51 0.59 0.06 0.73 0.5 0.23 0.5 0.72 0.83 0.54 0.05 0.67 0.04 0.03 0.86 0.74  
0.35 0.13 0.62 0.22 0.24 0.77 0.15 0.89 0.15 0.04 0.95 0.3 0.98 0.44 0.48 0.93  
0.33 0.09 0.63 0.4 0.87 0.8 0.76 0.93 0.25 0.99 0.39 0.78 0.05 0.41 0.93 0.41  
0.44 0.73 0.77 0.44 0.18 0.42 0.63 0.12 0.98 0.6 0.8 0.99 0.88 0.86 0.87 0.41  
0.32 0.6 0.47 0.21 0.56 0.95 0.16 0.23 0.96 0.58 0.64 0.57 0.3 0.21 0.63 0.15  
0.98 0.19 0.31 0.95 0.16 0.73 0.53 0.81 0.29 0.74 0.16 0.77 0.29 0.47 0.86 0.72  
0.42 0.29 0.24 0.65 0.43 0.66 0.8 0.09 0.8 0.67 0.69 0.28 0.23 0.82 0.8 0.68  
0.99 0.64 0 0.48 0.24 0.35 0.4 0.37 0.01 0.41 0.63 0.14 0.96 0.58 0.97 0.94

Variant No./ Random values

257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272  
0.09 0.24 0.32 0.37 0.89 0.69 0.07 0.06 0.97 0.79 0.42 0.23 0.62 0.5 0.82 0.21  
0.68 0.89 0.57 0.38 0.37 0.98 0.62 0.3 0.01 0.59 0.37 0.76 0.47 0.16 0.51 0.22  
0.89 0.35 0.78 0.6 0.15 0.88 0.16 0.17 0.55 0.78 0.29 0.73 0.52 0.33 0.44 0.6  
0.42 0.81 0.51 0.26 0.27 0.2 0.37 0.34 0.31 0.46 0.53 0.19 0.77 0.77 0.41 0.6  
0.31 0.99 0.06 0.65 0.54 0.18 0.76 0.39 0.79 0.29 0.33 0.44 0.19 0.52 0.15 0.41  
0.34 0.18 0.99 0.48 0.54 0.44 0.73 0.45 0.67 0.38 0.31 0.62 0.49 0.93 0.41 0.91  
0.31 0.81 0.48 0.09 0.27 0.77 0.71 0.03 0.86 0.38 0.77 0.34 0.31 0.77 0.2 0.75  
0.45 0.65 0.45 0.32 0.2 0.77 0.7 0.92 0.12 0.01 0.9 0.51 0.66 0.09 0.62 0.8  
0.49 0.09 0.26 0.36 0.01 0.97 0.59 0.88 0.28 0.16 0.13 0.32 0.31 0.66 0.63 0.65

0.28 0.61 0.93 0.26 0.68 0.63 0.36 0.06 0.27 0.35 0.67 0.63 0.03 0.54 0.47 0.76  
 Variant No./ Random values  
 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288  
 0.28 0.03 0.5 0.45 0.07 0.77 0.23 0.55 0.47 0.1 0.58 0.59 0.54 0.87 0.02 0.79  
 0.08 0.14 0.35 0.62 0.4 0.14 0.51 0.71 0.8 0.62 0.46 0.43 0.62 0.67 0.94 0.56  
 0.12 0.75 0.31 0.81 0.34 0.07 0.83 0.3 0.33 0.62 0.54 0.23 0.27 0.83 0.94 0.49  
 0.75 0.38 0.24 0.37 0.2 0.58 0.35 0.31 0.14 0.77 0.11 0.99 0.26 0.06 0.38 0.13  
 0.34 0.67 0.76 0.87 0.96 0.95 0.97 0.03 0.09 0.83 0.39 0.13 0.07 0.71 0.09 0.87  
 0.04 0.08 0.59 0.13 0.37 0.46 0.41 0.44 0.28 0.22 0.77 0.26 0.34 0.65 0.94 0.7  
 0.47 0.45 0.87 0.84 0.77 0.87 0.2 0.19 0.27 0.71 0.52 0.8 0.73 0.17 0.67 0.9  
 0.77 0.07 0.15 0.72 0.13 0.44 0.47 0.3 0.6 0.57 0 0.73 0.34 0.92 0.43 0.69  
 0.31 0.13 0.83 0.5 0.49 0.31 0.63 0.12 0.84 0.04 0.25 0.12 0.19 0.25 0.65 0.17  
 0.98 0.06 0.94 0.11 0.35 0.28 0.01 0.31 0.47 0.01 0.3 0.47 0.81 0.64 0.37 0.88  
 Variant No./ Random values  
 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304  
 0.51 0.85 0.29 0.09 0.28 0.54 0.52 0.01 0.16 0.58 0.39 0.34 0.19 0.65 0.62 0.13  
 0.49 0.14 0.34 0.15 0.95 0.62 0.58 0.65 0.86 0.55 0.7 0.55 0.26 0.9 0.49 0.65  
 0.2 0.98 0.58 0.03 0.38 0.5 0.72 0.24 0.26 0.48 0.29 0.39 0.72 0.85 0.84 0.78  
 0.31 0.63 0.05 0.77 0.77 0.56 0.06 0.88 0.87 0.64 0.46 0.24 0.82 0.46 0.85 0.79  
 0.26 0.03 0.95 0.35 0.27 0.73 0.48 0.03 0.04 0.8 0.29 0 0.58 0.76 0.07 0.58  
 0.25 0.1 0.47 0.47 0.09 0.16 0.43 0.96 0.13 0.62 0.67 0.6 0.44 0.92 0.56 0.27  
 0.42 0.04 0.2 0.83 0.2 0.85 0.66 0.11 0.9 0.62 0.54 0.54 0.33 0.72 0.13 0.15  
 0.35 0.95 0.84 0.5 0.68 0.77 0.24 0.6 0.29 0.01 0.61 0.87 0.66 0.79 0.52 0.4  
 0.61 0.63 0.42 0.52 0.25 0.77 0.19 0.54 0.29 0.16 0.29 0.91 0.93 0.06 0.45 0.53  
 0.77 0.99 0.14 0.03 0.73 0.4 0.43 0.28 0.75 0.26 0.28 0.88 0.96 0.39 0.95 0.87  
 Variant No./ Random values  
 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320  
 0.94 0.75 0.72 0.91 0.74 0.64 0.26 0.35 0.74 0.55 0.25 0.4 0.79 0.09 0.14 0.51  
 0.35 0.71 0.11 0.36 0.94 0.1 0.91 0.19 0.39 0.32 0.51 0.91 0.07 0.6 0.2 0.82  
 0.52 0.02 0.61 0.87 0.98 0.53 0.18 0.87 0.7 0.58 0.42 0.97 0.25 0.91 0.67 0.78  
 0.13 0.14 0.96 0.99 0 0.9 0.19 0.21 0.16 0.97 0.17 0.37 0.27 0.84 0.76 0.84  
 0.72 0.68 0.6 0.84 0.9 0.03 0.37 0.7 0.24 0.24 0.29 0.16 0.51 0.3 0.05 0  
 0.51 0.68 0.32 0.33 0.64 0.35 0.03 0.89 0.51 0.7 0.29 0.89 0.39 0.22 0.33 0.45  
 0.17 0.22 0.01 0.38 0.12 0.8 0.69 0.65 0.01 0.17 0.84 0.4 0.87 0.45 0.19 0.6

0.12 0.12 0.28 0.59 0.93 0.71 0.62 0.31 0.3 0.17 0.11 0.44 0.48 0.46 0.4 0.9  
 0.38 0.9 0.64 0.49 0.54 0.44 0 0.61 0.98 0.69 0.07 0.54 0.85 0.16 0.02 0.63  
 0.27 0.5 0.52 0.98 0.34 0.91 0.87 0.4 0.78 0.66 0.8 0.88 0.18 0.33 0.85 0.1  
 Variant No./ Random values  
 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336  
 0.22 0.83 0.34 0.5 0.85 0.04 0.86 0.08 0.25 0.03 0.93 0.02 0.13 0.32 0.19 0.71  
 0.55 0.18 0.43 0.06 0.35 0.45 0.5 0.07 0.66 0.82 0.82 0.94 0.93 0.04 0.13 0.77  
 0.65 0.52 0.79 0.39 0.75 0.17 0.54 0.61 0.39 0.53 0.98 0.46 0.83 0.39 0.36 0.38  
 0.3 0.47 0.46 0.11 0.99 0.66 0.53 0.85 0.81 0.53 0.84 0.2 0.56 0.85 0.33 0.86  
 0.21 0.86 0.72 0.52 0.33 0.4 0.28 0.3 0.87 0.11 0.23 0.28 0.27 0.89 0.21 0.25  
 0.07 0.71 0.26 0.29 0.46 0.32 0.29 0.56 0.39 0.89 0.89 0.89 0.35 0.82 0.11 0.67  
 0.45 0.62 0.7 0.1 0.21 0.83 0.56 0.46 0.22 0.01 0.34 0.96 0.71 0.51 0.88 0.19  
 0.09 0.73 0.03 0.81 0.19 0.8 0.04 0.97 0.34 0.07 0.23 0.96 0.1 0.36 0.85 0.4  
 0.66 0.43 0.19 0.39 0.5 0.97 0.9 0.19 0.06 0.99 0.63 0.95 0.52 0.45 0.3 0.05  
 0.45 0.05 0.8 0.68 0.55 0.01 0.95 0.67 0.3 0.22 0.92 0.19 0.13 0.93 0.39 0.18  
 Variant No./ Random values  
 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352  
 0.56 0.8 0.34 0.49 0.03 0.98 0.2 0.59 0.55 0.1 0.02 0.26 0.35 0.35 0.36 0.19  
 0.2 0.41 0.99 0.47 0.45 0.53 0.85 0.93 0.81 0.02 0.34 0.39 0.55 0.44 0.95 0.97  
 0.78 0.37 0.79 0.02 0.37 0.42 0.16 0.17 0.27 0.11 0.17 0.23 0.64 0.34 0.35 0.43  
 0.94 0.78 0.22 0.18 0.18 0.52 0.86 0.24 0.08 0.51 0.4 0.06 0.66 0.04 0.43 0.32  
 0.58 0.88 0.56 0.98 0.67 0.05 0.43 0.15 0.47 0.06 0.96 0.57 0.47 0.45 0.85 0.5  
 0.33 0.23 0.23 0.34 0.21 0.07 0.3 0.15 0.45 0.94 0.05 0.16 0.55 0.37 0.9 0.68  
 0.66 0.27 0.33 0.37 0.99 0.58 0.51 0.15 0.62 0.57 0.84 0.32 0.29 0.88 0.27 0.37  
 0.23 0.19 0.89 0.87 0.57 0.14 0.15 0.95 0.78 0.11 0.19 0.63 0.58 0.33 0 0.59  
 0.4 0.87 0.3 0.68 0.12 0.16 0.02 0.87 0.64 0.96 0.28 0.67 0.44 0.6 0.47 0.74  
 0.64 0.91 0.59 0.95 0.05 0.49 0.73 0.74 0.25 0.62 0.69 0.01 0.04 0.9 0.37 0.78  
 Variant No./ Random values  
 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368  
 0.19 0.86 0.83 0.59 0.38 0.14 0.65 0.74 0.12 0.68 0.04 0.92 0.56 0.48 0.79 0.85  
 0.56 0.14 0.53 0.72 0.34 0.78 0.67 0.33 0.03 0.9 0.46 0.88 0.38 0.34 0.36 0.34  
 0.65 0.53 0.79 0.49 0.86 0.41 0.92 0.7 0.56 0.38 0.72 0.93 0.17 0.48 0.72 0.33  
 0.2 0.83 0.76 0.01 0.12 0.3 0.29 0.91 0.13 0.67 0.93 0.86 0.27 0.08 0.94 0.38  
 0.79 0.93 0.62 0.01 0.62 0.95 0.15 0.41 0.33 0.71 0.42 0.48 0.92 0.83 0.07 0.22

0.01 0.26 0.9 0.14 0.75 0.46 0.68 0.47 0.65 0.35 0.76 0.16 0.47 0.73 0.79 0.46  
0.75 0.2 0.04 0.9 0.75 0.71 0.55 0.52 0.78 0.19 0.65 0.36 0.21 0.32 0.39 0.26  
0.4 0.61 0.6 0.13 0.63 0.58 0.15 0.59 0.07 0.42 0.2 0.2 0.2 0.31 0.87 0.27  
0.76 0.05 0.27 0.72 0.19 0 0.55 0.61 0.48 0.42 0.55 0.51 0.87 0.92 0.53 0.03  
0.43 0.51 0.39 0.84 0.42 0.53 0.22 0.34 0.15 0.76 0.23 0.36 0.1 0.64 0.25 0.06

Variant No./ Random values

369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384  
0.39 0.04 0.97 0.5 0.08 0.65 0.62 0.71 0.09 0.53 0.59 0.19 0.46 0.58 0.97 0.51  
0.41 0.31 0.03 0.48 0.22 0.76 0.93 0.06 0.24 0.74 0.35 0.36 0.32 0.56 0.91 0.6  
0.78 0.15 0.47 0.81 0.81 0.15 0.28 0.43 0.66 0.79 0.57 0.06 0.11 0.08 0.61 0.53  
0.31 0.5 0.44 0.52 0.12 0.74 0.73 0.92 0.45 0.44 0.94 0.54 0.23 0.68 0.28 0.86  
0.06 0.13 0.4 0.84 0.14 0.86 0.37 0.76 0.7 0.09 0.61 0.2 0.71 0.51 0.24 0.91  
0.4 0.43 0.02 0.72 0.53 0.86 0.07 0.64 0.82 0.36 0.34 0.14 0.33 0.46 0.23 0.51  
0.89 0.75 0.76 0.64 0.52 0.16 0.41 0.37 0.67 0.96 0.9 0.31 0.49 0.5 0.19 0.1  
0.85 0.75 0.98 0.44 0.23 0.91 0.98 0.62 0.91 0.64 0.21 0.93 0.99 0.49 0.07 0.23  
0.62 0.34 0.64 0.68 0.44 0.11 0.73 0.94 0.03 0.26 0.59 0.18 0.4 0.44 0.37 0.8  
0.51 0.33 0.38 0.94 0.52 0.57 0.42 0.39 0.95 0.08 0.29 0.65 0.91 0.22 0.85 0.08

Variant No./ Random values

385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400  
0.55 0.58 0.21 0.57 0.25 0.03 0.1 0.71 0.25 0.7 0.12 0.66 0.83 0.02 0.4 0.29  
0.29 0.52 0.52 0.2 0.11 0.87 0.26 0.76 0.75 0.62 0.2 0.41 0.54 0.2 0.51 0.61  
0.84 0.16 0.34 0.84 0.75 0.65 0.16 0.99 0.98 0.11 0.61 0.41 0.01 0 0.29 0.96  
0.07 0.83 0.86 0.9 0.92 0.91 0.6 0.3 0.28 0.84 0 0.26 0.91 0.04 0.14 0.07  
0.92 0.88 0.62 0.15 0.07 0.84 0.24 0.51 0.67 0.09 0.08 0.7 0 0.69 0.92 0.82  
0.12 0.06 0.6 0.41 0.83 0.71 0.8 0.65 0.35 0.56 0.72 0.52 0.53 0.25 0.67 0.53  
0.28 0.61 0.29 0.1 0.42 0.48 0.77 0.61 0.82 0.58 0.29 0.76 0.51 0.57 0.95 0.98  
0.47 0.03 0.56 0.22 0.26 0.29 0.34 0.86 0 0.34 0.15 0.87 0.22 0.98 0.05 0.34  
0.98 0.96 0.5 0.22 0.62 0.91 0.74 0.87 0.88 0.2 0.27 0.34 0.2 0.92 0.22 0.24  
0.53 0.39 0.85 0.62 0.64 0.76 0.69 0.14 0.9 0.55 0.62 0.84 0.25 0.03 0.91 0.27

Variant No./ Random values

401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416  
0.57 0.71 0.02 0.84 0.02 0.79 0.98 0.06 0.63 0.65 0.82 0.54 0.88 0.92 0.64 0.88  
0.02 0.54 0.56 0.61 0.01 0.72 0.96 0.7 0.26 0.64 0.07 0.65 0.59 0.04 0.29 0.09  
0.94 0.56 0.81 0.5 0.65 0.26 0.53 0.05 0.37 0.18 0.29 0.41 0.27 0.03 0.36 0.93

0.13 0.78 0.51 0.78 0.6 0.9 0.4 0.7 0.86 0.67 0.11 0.49 0.65 0.58 0.34 0.34  
0.34 0.76 0.93 0.38 0.57 0.81 0.71 0.13 0.86 0.45 0.58 0.73 0.67 0.81 0.23 0.01  
0.45 0.87 0.68 0.71 0.26 0.6 0.34 0.89 0.13 0.9 0.95 0.62 0 0.99 0.39 0.36  
0.1 0.31 0.02 0.91 0.61 0.61 0.52 0.88 0.13 0.84 0.37 0.9 0.99 0.04 0.23 0.17  
0.47 0.33 0.63 0.94 0.8 0.45 0.75 0.93 0.14 0.93 0.14 0.05 0.29 0.76 0.34 0.75  
0.74 0.81 0.19 0.35 0.67 0.09 0.11 0.01 0.37 0.75 0.17 0.21 0 0.8 0.31 0.55  
0.9 0.24 0.85 0.3 0.9 0.66 0.92 0.03 0.76 0.71 0.92 0.2 0.33 0.22 0.9 0.94

Variant No./ Random values

417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432  
0.33 0.46 0.76 0.85 0.14 0.22 0.14 0.47 0.73 0.79 0.39 0.37 0.51 0.7 0.34 0.43  
0.66 0.19 0.91 0.04 0.03 0.37 0.51 0.11 0.73 0.54 0.71 0.91 0.85 0.5 0.46 0.44  
0.9 0.26 0.36 0.55 0.12 0.81 0.62 0.28 0.82 0.44 0.62 0.57 0.59 0.16 0.33 0.3  
0.39 0.1 0.72 0.25 0.38 0.37 0.42 0.18 0.21 0.4 0.88 0.35 0.08 0.65 0.73 0.91  
0.77 0.15 0.09 0.68 0.28 0.87 0.47 0.82 0.65 0.69 0.95 0.99 0.57 0.44 0.9 0.66  
0.17 0.58 0.34 0.41 0.37 0.52 0.23 0.97 0.09 0.68 0.34 0.08 0 0.53 0.55 0.98  
0.49 0.17 0.54 0.17 0.38 0.18 0.83 0.99 0.94 0.46 0.97 0.48 0.67 0.62 0.65 0.51  
0.65 0.82 0.76 0.58 0.48 0.35 0.88 0.45 0.31 0.42 0.77 0.56 0.87 0.9 0.02 0.9  
0.95 0.17 0.02 0.83 0.52 0.97 0.16 0.34 0.45 0.62 0.12 0.96 0.4 0.43 0.52 0.31  
0.17 0.6 0.06 0.65 0.1 0.12 0.41 0.2 0.06 0.59 0.75 0.58 0.51 0.27 0.61 0.78

Variant No./ Random values

433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448  
0.58 0.38 0.29 0.2 0.41 0.97 0.48 0.44 0.23 0.6 0.8 0.07 0.19 0.3 0.45 0.76  
0.18 0.93 0.23 0.49 0.22 0.92 0.79 0.65 0.01 0.98 0.75 0.18 0.72 0.12 0.72 0.67  
0.5 0.79 0.81 0.25 0.54 0.7 0.95 0.89 0.04 0.55 0.63 0.57 0.92 0.12 0.21 0.03  
0.33 0.46 0.69 0.74 0.99 0.23 0.56 0.3 0.25 0.49 0.47 0.8 0.24 0.9 0.11 0.41  
0.95 0.21 0.23 0.82 0.81 0.53 0.09 0.11 0.4 0.79 0.07 0.38 0.6 0.25 0.15 0.22  
0.74 0.29 0.95 0.81 0.8 0.72 0.47 0.16 0.25 0.91 0.66 0.85 0.45 0.13 0.33 0.12  
0.39 0.48 0.04 0.94 0.7 0.79 0.11 0.91 0.53 0.26 0.73 0.43 0.02 0.82 0.44 0.18  
0.6 0.41 0.42 0.63 0.63 0.95 0.48 0 0.04 0.48 0 0.26 0.7 0.49 0.62 0.48  
0.2 0.17 0.92 0.89 0.64 0.76 0.69 0.75 0.83 0.18 0.32 0.71 0.31 0.42 0.51 0.7  
0.29 0.69 0.23 0.48 0.89 0.62 0.76 0.68 0.44 0.03 0.23 0.26 0.09 0.27 0.52 0.49

Variant No./ Random values

449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464  
0.6 0.35 0.79 0.96 0.46 0.92 0.56 0.5 0.49 0.36 0.81 0.83 0.6 0.9 0.03 0.23

0.8 0.92 0.93 0.45 0.95 0.88 0.97 0.06 0.95 0.36 0.53 0.49 0.4 0.6 0.34 0.02  
0.16 0.65 0.44 0.37 0.55 0.89 0 0.45 0.63 0.28 0.82 0.25 0.05 0.45 0.25 0.56  
0.4 0.56 0.44 0.82 0.46 0.51 0.51 0.87 0.54 0.71 0.19 0.62 0.18 0.44 0.39 0.65  
0.82 0.53 0.37 0.54 0.38 0.85 0.69 0.09 0.41 0.13 0.03 0.15 0.09 0.52 0.61 0.79  
0.37 0.8 0.02 0.97 0.41 0.2 0.76 0.65 0.14 0.79 0.39 0.42 0.59 0.02 0.98 0.96  
0.95 0.94 0.69 0.95 0.56 0.57 0.61 0.21 0.86 0.56 0.19 0.67 0.33 0.78 0.62 0.36  
0.25 0.61 0.25 0.21 0.63 0.2 0.86 0.28 0.69 0.22 0.21 0.03 0.27 0.48 0.89 0.21  
0.86 0.54 0.36 0.48 0.02 0.29 0.67 0.8 0.7 0.57 0.65 0.61 0.51 0.44 0.63 0.2  
0.46 0.92 0.79 0.06 0.82 0.12 0.07 0.38 0.83 0.77 0.81 0.42 0.33 0.56 0.28 0.23

Variant No./ Random values

465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480  
0.6 0.89 0.63 0.2 0.8 0.68 0.22 0.24 0.68 0.01 0.22 0.48 0.26 0.11 0.77 0.18  
0.58 0.96 0.38 0.14 0.09 0.18 0.39 0.03 0.67 0.36 0.72 0.22 0.08 0.88 0.32 0.15  
0.13 0.75 0.56 0 0.37 0.27 0.98 0.39 0.4 0.04 0.15 0.29 0.7 0.02 0.87 0.83  
0.07 0.66 0.7 0.94 0.44 0.74 0.56 0.01 0.34 0.55 0.64 0.17 0.25 0.43 0.7 0.9  
0.69 0.79 0.39 0.61 0.22 0.57 0.14 0.29 0.89 0.46 0.71 0.54 0.35 0.78 0.46 0.87  
0.88 0.61 0.44 0.45 0.81 0.23 0.14 0.59 0.35 0.71 0.98 0.49 0.22 0.52 0.84 0.71  
0.6 0.5 0.49 0.22 0.12 0.42 0.47 0.01 0.41 0.21 0.47 0.8 0.57 0.34 0.55 0.1  
0.5 0.08 0.01 0.9 0.86 0.99 0.6 0.33 0.02 0.76 0.34 0.78 0.7 0.81 0.08 0.17  
0.54 0.5 0.11 0.93 0.07 0.14 0.12 0.23 0.39 0.08 0.66 0.39 0.38 0.33 0.95 0.29  
0.42 0.57 0.86 0.9 0.5 0.76 0.43 0.1 0.06 0.38 0.35 0.19 0.83 0.43 0.89 0.34

Variant No./ Random values

481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496  
0.15 0.96 0.13 0.18 0.54 0.34 0.75 0.46 0.49 0.55 0.69 0.78 0.1 0.38 0.29 0.3  
0.97 0.16 0.46 0.51 0.43 0.84 0.07 0 0.7 0.73 0.6 0.41 0.12 0.37 0.35 0.99  
0.84 0.34 0.52 0.25 0.16 0.1 0.5 0.7 0.27 0.05 0.62 0.35 0.26 0.6 0.12 0.76  
0.48 0.48 0.3 0.84 0.07 0.61 0.18 0.3 0.13 0.05 0.27 0.93 0.2 0.54 0.27 0.46  
0.28 0.65 0.4 0.36 0.03 0.67 0.45 0.32 0.86 0.51 0.05 0.7 0.65 0.87 0.48 0.82  
0.25 0.69 0.81 0.57 0.93 0.67 0.89 0.76 0.69 0.74 0.22 0.05 0.75 0.05 0.96 0.83  
0.44 0.08 0.69 0.73 0.5 0.2 0.14 0.1 0.2 0.67 0.23 0.58 0.5 0.2 0.07 0.24  
0.52 0.25 0.63 0.26 0.51 0.34 0.1 0.55 0.92 0.4 0.19 0.02 0.74 0.21 0.62 0.48  
0.43 0.91 0.4 0.35 0.99 0.89 0.53 0.53 0.94 0.59 0.09 0.44 0.07 0.04 0.69 0.12  
0.09 0.14 0.09 0.38 0.7 0.01 0.26 0.45 0.6 0.01 0.62 0.37 0.42 0.88 0.02 0.1

**Богдан Олександрович Букєєв**

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ  
МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ  
ЗАЛЕЖНОСТІ МАГНІТНОГО МОМЕНТУ  
ЗЕМЛІ ВІД ШИРОТИ МЕТОДОМ  
СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ  
КАРЛО**

**Апроксимація поліномом третього степеня**

Книга написана за матеріалами роботи наукової фізико-  
математичної школи МЕНУ

**Науковий керівник – кандидат технічних наук,  
доцент Літнарівич Руслан Миколайович**

*Комп'ютерний набір, верстка – дизайн у  
редакторі Microsoft® Office 2003® Word*

О.Б.Букєєв

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
Ім.акад. С.Дем'янчука**

**Кафедра Математичного моделювання  
33027, м. Рівне, Україна  
вул. акад. С. Дем'янчука, 4, корпус 1  
Телефон: (+00380) 362 23-73-09  
Факс: (+00380) 362 23-01-86  
E-mail: mail@regi.rovno.ua**